BHS
III
12

BHS III 12

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke
Aktiengesellschaft
Bibliothek:
Gruppe: III
B Nr. 12

Neue Lehre

von den

Sackrädern,

welche **mittelschlächtige** sind.

Durchaus durch Rechnungs-Beispiele erläutert

und

mit einem Baurisse versehen.

Von

Christian Lebrecht Rösling,

königl. Würtembergischem Professor der Mathematik und Physik am Gymnasium zu Ulm, der Weltweisheit wirklichem Doctor und mehrerer gelehrten Gesellschaften Mitgliede.

Zweite verbesserte Auflage.

Augsburg, 1842.

v. Jenisch & Stage'sche Buchhandlung.

Bayerische Staatsbibliothek München

BIBLIOTHEK DER K.B.GENERAL BERGW. U.SALINEN ADMINISTR.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Die Veranlassung zu der Ausarbeitung und Herausgabe dieses Werkes war, wie schon in der Einleitung zu unserm Werke über die oberschlächtigen Wasserräder angezeigt worden ist, eine an uns ergangene Bitte um die richtigste Berechnung eines als verbessert herzustellenden und zur Betreibung einer Holzsägemühle bestimmten Sackrades; ferner aber die in einem Versuche, dieser Bitte gewissenhaftest ein Genüge zu leisten und sich gegen allen künftigen aus der Praxis nachweißbaren Tadel sicher zu stellen, in uns erwachsene ganz neue Ueberzeugung, „daß die „Theorien, welche, bis zu unserer, für die Berech„nung der Kraft solcher Räder vorgebracht worden „sind, durchaus unrichtig seyen.“ Auf Beweise für diese Behauptung könnten wir hier wohl durch einige wichtige Fragen aufmerksam machen, damit aber würde nicht sonderlich viel gewonnen seyn, weswegen wir uns dieser Fragen überheben und den geneigten Leser unseres Werkes bitten, in dem Durchdenken unserer darin aufgestellten Untersuchungen und dem Erwägen der Ursachen, wodurch wir uns dazu genöthigt fanden,

diese Fragen aus sich selbst hervorgehen zu lassen und deren Wichtigkeit zur Beachtung zu bringen. — Die uns gegebenen Abmessungen sind Ursache, daß wir uns hin und wieder auf das Speciele zurück drücken, und dadurch der Allgemeinheit der Untersuchungen Abbruch geschehen ließen. — Ueberhaupt müßen wir bei diesem schweren Werke bekennen, „daß „es ein erster Versuch sey, eine auch nur bei„läufig zur Sicherheit in der Praxis brauchbare „Theorie für die Berechnung der Kraft der Sack„räder an das Licht zu bringen," und wir dürfen hoffen, daß, kräftige, kenntnißreiche und bestrebungsvolle Männer künftighin noch vervollkommnen werden, was in dieser unserer ersten neuen Bearbeitung der Theorie der Sackräder noch zu verbessern ist. Es giebt nichts Vollkommenes, wohl aber stete Vervollkommnungs-Möglichkeit auf dieser Erdenwelt! Nicht zu tadeln sind die, welche ihre Kräfte auf die ihnen gelassenen Vervollkommnungs-Möglichkeiten fleißigst verwenden. — Unsere Manuscripte sind sorgfältigst für die erforderliche Richtigkeit unseres Werkes geliefert worden; für den richtigen Abdruck derselben wird die Verlagshandlung bürgen.

Der Verfasser.

Inhalts-Anzeige.

Erstes Kapitel.

Von der Beschaufelung der Sackräder. §. 1 bis 53.

		Seite
§. 1 — 6.	I. Einleitung	1
§. 6 — 11.	II. Von der Sackzahl der Sackräder .	6
§. 11 — 53.	III. Von den zur Bestimmung der erforderlichen Geräumigkeit der Zellen gehörenden Größen	13
§. 13 — 18.	1) Von der Wassermenge ${}^{a}M$ . . .	16
§. 18 — 21.	2) Von der Wasserverlustmenge ${}^{v}M^{r}$.	18
§. 21 — 22.	3) Von der Wasserrestmenge ${}^{r}M$ und der Höhe βv oder h' derselben . .	22
§. 22 — 26.	4) Von der Umdrehungsgeschwindigkeit c des Rades	22
§. 26 — 33.	5) Von der Wasserbogenmenge ${}^{wb}M$ . .	27
§. 33 — 35.	6) Von der Wasserbogenrestmenge ${}^{wbr}M$.	37
§. 35 — 37.	7) Von der Kropfbogenmenge ${}^{kb}M$ . .	40
§. 37 — 38.	8) Von der ganzen Ladung gL der abc .	43
§. 38 — 53.	9) Von den Breiten b und b' der Zellenschaufeln ba und ac und dem Stellungswinkel bac = bac ꝛc. dieser Schaufeln gegen einander	45

Zweites Kapitel.

§. 53 — 61.	Von der Herstellung einer Harmonie zwischen den Größen ${}^{r}M$, R, N, $\mathfrak{G}$, c, e^{*} . .	59

Drittes Kapitel.

§. 61 — 65.	Von der Bestimmung der ersten Ausflußzelle	86

Seite

Viertes Kapitel.

§. 65 — 74. Von der Untersuchung der Richtigkeit der Berechnungen der Zellenladungen . . 94

Fünftes Kapitel.

§. 74 — 80. Von den Gewichtsmomenten der Zellenladungen, welche von oben herunter bis zur Ausgußstelle St oder St' auf einander folgen, und den aus diesen sich ergebenden Reduktionskräften 99

Sechstes Kapitel.

§. 80 — 95. Von dem Seitendrucke des Einflußwassers gegen die den Wasserbogen durchstreichenden Zellenschaufeln 112

Siebentes Kapitel.

§. 95 — 104. Von den Gewichtsmomenten der Zellenladungen, welche von der Ausgußstelle St oder St' bis zu S auf einander folgen und der aus diesen ergebenden Reduktionskraft 122

Achtes Kapitel.

§. 104 — 112. Beurtheilung des Wesens der Glieder K^1, K^2, K^3, K^4 der ganzen Kraftsumme g K S oder P und der Berechnungsweise dieser Größe 136
§. 104 — 106. 1) Ueber die K^1 136
§. 106 — 107. 2) Ueber die K^2 138
§. 107 — 108. 3) Ueber die K^4 141
§. 108 — 109. 4) Ueber die Summe $K^1 + K^2 + K^4$. 142
§. 109 — 110. 5) Ueber die K^3 143
§. 110 — 112. 6) Ueber die ganze Kraftsumme K S oder P 143

Neuntes Kapitel.

§. 112 bis Ende. Vergleichung zwischen den Effekten der Sack- und unterschlächtigen Wasser-Räder 147

Erstes Kapitel.

Von der Beschaufelung der Sackräder.

I. Einleitung.

§. 1.

1.) Räder, welche durch fließendes Wasser so in Umdrehungsbewegung gesetzt werden, daß das Wasser unterhalb ihres horizontalen Halbmessers gegen die demselben entgegen stehenden Radschaufeln oder Radzellen, die man auch Kropfschaufeln oder Säcke nennt, anfließt, heißen unterschlächtige Wasserräder.

A.) Diese unterschlächtigen Räder bestehen entweder aus einem Kranze, auf welchen die Schaufeln derselben aufgesetzt sind, und die man Strauberäder nennt, oder sie bestehen aus zweien Kränzen, und heißen Staberäder.

B.) Die Staberäder sind entweder mit ebenen Schaufeln versehen, und heißen dann schlechthin Staberäder, oder sie enthalten unebene, sogenannte gekröpfte Schaufeln, oder Zellen oder Säcke, in welchen das Triebwasser in das Rad hinein fließen, und nicht bloß durch seinen Anstoß an die Schaufeln, sondern vornehmlich durch sein Ge-

wicht für die Radumdrehung wirksam werden muß, welche Räder Sackräder heißen.

2.) Wasserräder, bei welchen das Triebwasser oberhalb ihres horizontalen Halbmessers für die Radumdrehung benützt wird, enthalten auch Zellen oder Säcke zum Aufnehmen des Triebwassers und Wirken desselben durch sein Gewicht für die Radumdrehung und könnten daher auch Sackräder genannt werden; man nennt aber diese schlechthin oberschlächtige Räder, und versteht also unter Sackrädern stets eine besondere Art von unterschlächtigen Rädern.

3.) Weil diese Räder auch so, wie die oberschlächtigen, mit Säcken versehen sind, durch welche das Wasser zum Wirken durch sein Gewicht aufgefangen wird, sie also in dieser Hinsicht den oberschlächtigen Rädern ähnlich sind, sie aber angewendet werden in den Fällen, wo das Wasser nicht sehr weit unter dem horizontalen Radhalbmesser, also nicht sehr weit unter der Mitte der Radhöhe, in die Zellen des Rades eingelassen werden kann, so nennt man diese Sackräder auch mittelschlächtige.

4.) Man hat also oberschlächtige und mittelschlächtige Sackräder zu unterscheiden und zu merken, daß man die erstern Sackräder schlechthin nenne oberschlächtige Räder, und die letzteren Sackräder schlechthin nenne Sackräder oder mittelschlächtige Räder.

5.) Bei den mit ebenen Schaufeln versehenen Staberädern kann man auch noch solche unterscheiden, bei welchen die ebenen Brettschaufeln zwischen die zwei Radkränze eingeschoben sind (welche Staberäder mit Zwischenschaufeln zu nennen sind, und nichts taugen, weil ein Theil des Triebwassers wirkungslos für die Radumdrehung gegen die zwei Radkränze anströmt), und ferner solche Räder, bei welchen die ebenen Brettschaufeln auf die beiden Radkränze aufgesetzt sind, so, daß auch

das Radkranzwasser zum Stoße kommen muß, und die wir Staberäder mit aufgesetzten Schaufeln nennen.

6.) Laufen die Staberäder nicht in Wassergerinnen, wie wir bisher vorausgesetzt haben, sondern in freiem Stromwasser, so heißen sie Flatsch- oder auch Schiffmühlen-Räder, weil sie bei sogenannten Schiffmühlen angewendet werden.

§. 2.

Eine Zelle oder ein Sack abc (Fig. 1.) besteht aus zweien ebenen Brettstücken ab und ac, welche zwischen den beiden Radkränzen so eingeschoben sind, daß sie erstlich winkelrecht und wasserdicht an den Innenebenen der Radkränze anstehen, und zweitens unter einem gewissen Winkel abc wasserdicht an einander angeschlossen sind, so, daß sie mit den Seitenstücken der Radkränze einen Sack bilden, dessen Mündung dem in das Rad einfließenden Wasser zugekehrt ist. Von den beiden Brettstücken ab und ac heißt das vordere ab vorzugsweise Stoßschaufel, weil, wenn es sich bei der Radumdrehung durch das Gerinnwasser AβBb hindurch bewegt, und da diesem entgegen steht, wie es z. B. bei seiner Lage a′b′ der Fall ist, einen Stoß oder eigentlich Seitendruck des an sie anströmenden Wassers schon aufnimmt, bevor dieses in die Zelle einschießt, und dabei auch gegen das zweite Brett derselben, z. E. gegen a′c′, anfällt, und einen Stoß gegen dasselbe auszuüben scheint, was aber nur Schein ist. Das hintere Brett ac einer Zelle abc heißt Riegelschaufel, weil es dem in das Rad über eine Vorderschaufel, z. E. die b′a′, hinweg einströmenden Wasser den Ausgang in den innerhalb des Rades befindlichen Raum X versperrt oder verriegelt, wozu sie hoch genug genommen und gehörig gestellt, ja auch wohl noch mit Radbodenstreifen versehen seyn muß.

§. 3.

Bei der Einrichtung der Sackräder hat man so, wie bei der Einrichtung aller andern Arten von Wasserrädern so gut, als man zu thun vermag, folgenden Grundsatz in Anwendung zu bringen:

„Suche die Kraft des Wassers, durch welche das „Rad zur Betreibung einer Maschine in Umdre-„hungsbewegung gesetzt werden soll, so zu lenken „und anzuwenden, daß sie die größtmögliche „Wirkung für die Radumdrehung, welcher die „dem Rade zum Ueberwältigen aufgebürdete Last „entgegenwirkt, leisten muß.“

§. 4.

Zur Anwendung dieses Grundsatzes gehört bei den Sackrädern vornehmlich Folgendes:

1.) Man muß diesen Rädern eine solche Anzahl N von Zellen geben, von welcher man nachweisen kann, daß sie wenigstens nicht durchaus grundsatzlos und nur in blinder Anhänglichkeit an alte durch nichts als gültig erwiesene Regeln gewählt sey.

2.) Man muß den Zellen dieser Räder eine solche Geräumigkeit, und den Schaufeln derselben eine solche zu dieser Geräumigkeit gehörende Höhe und Stellung geben, daß bei der mittlern Geschwindigkeit C, mit welcher das Wasser geraden Weges gegen das Rad anströmen kann (die nahe an der Ausflußöffnung des Gerinnes durch einen Geschwindigkeitsmesser genauest gemessen worden seyn muß), und die Geschwindigkeit c des Rades, mit welcher man dieses (nach Maaßgabe der C) im Kreise herumlaufen lassen will, diejenigen Zellen, welche das Wasser schöpfen und die wir Schöpfzellen nennen, alles ihnen Zufließende in sich aufnehmen, nichts

von diesem über sich hinaus in den Radraum X hinfallen lassen können, daß aber ferner die Zellen dabei auch noch das in sich eingeschöpfte Wasser möglichst lang in sich behalten, also in ihrem Kreislaufe so spät, als möglich, aus sich ausfließen lassen in das Gerinne, wobei das Ausflußwasser von dem Gerinne, keineswegs aber von den Zellen getragen wird.

3.) Man muß die Radgeschwindigkeit c in Vergleichung mit der Zellengröße und den Lagen der Schaufeln derselben so wählen, daß eine grundsatzmäßige Harmonie zwischen beiden Umständen als nachweisbar vorhanden sey, und man zeigen könne, man habe nicht bloß in das Blaue hinein raisonnirt und construirt, sondern habe, im besten Willen, seine Sache so gut zu machen gesucht, als man, nach Einsichten und Kräften, zu thun vermochte.

4.) Man muß das Triebwasser dem Rade auf einem Gerinnboden, welcher, wie ... A K, geradaus und horizontal bis an das Rad hinläuft, zuführen, damit das Wasser in der größtmöglichsten Entfernung vom lothrechten Radhalbmesser C S in das Rad einschieße und somit sogleich auch schon bei seinem Einschusse so wirksam werde, wie es zur Bewirkung seines größten Umdrehungsmomentes erforderlich ist; man muß also das gewöhnliche und ganz offenbar schädliche Verfahren vermeiden, welches darin besteht, daß man das Wasser von einer gewissen Stelle k des Gerinnbodens an, welche hinter der Stelle b des Rades liegt, über einen dem Gerinnboden gegebenen Bogen k k hinweg in den Bogen k K' des Kropfgerinnes einlaufen läßt, und somit im Boden des Gerinnes eine Einlaufsstelle k des Wassers in das Rad erzeugt, welche dem lothrechten Radhalbmesser C S merklich näher liegt, und also ein geringeres Umdrehungsmoment des Wassers gewähren muß, als die

Stelle K des ganz horizontal bis zum Rade hin fortlaufenden Gerinnbodens ... A K. — In keiner Hinsicht ist der Gerinnboden ... A k k dem ... A k K vorzuziehen.

§. 5.

Nachdem wir nun im Allgemeinen die Bedingungen, welche zur bestmöglichsten Benutzung des Triebwassers für die Umdrehung eines durch eine Last beschwerten Sackrades gehören, angegeben haben, so gehen wir zu den näheren Betrachtungen über, welche die Gewährung dieser Bedingungen betreffen. Diese geben wir als unser Eigenthum nach unseren Einsichten und Kräften, unvorbereitet durch Unterricht der Hydrauliker, die uns zum Lesen über die zweckmäßige Einrichtung der Sackräder zu Gesicht gekommen sind, und uns durch die darin befindlichen Lehren über solche Räder veranlaßt haben, eine Theorie über diese hervorzubringen, die vollkommener ist, als alle die Theorien, die uns zum Einstudiren und Anwenden derselben bis jetzt vorgekommen sind.

II.

Von der Sackzahl der Sackräder.

§. 6.

Je kleiner man die Zellenzahl N nimmt, desto größer wird erstlich zwischen jeden zweien von den mit Wasser beladenen Zellen der leere Raum, welcher sich zwischen dem Wasserspiegel einer untern Zelle und der untern Fläche der zunächst über dieser folgenden Zelle befindet, worin doch auch noch etwas Wasser seyn könnte; desto mehr müssen also auch zweitens die Zellen bei jeder Geschwindigkeit c, mit welcher das Rad

herumgehen mag, mit Wasser beladen werden, weil sich ja das Ladungswasser in weniger Zellen vertheilt, wenn die Zellenabstände größer sind, als es der Fall seyn muß, wenn man diese kleiner annimmt, und desto mehr ist also zu besorgen, daß die Zellen zur Unzeit anfangen, ihr Ladungswasser allmählich in das Kropfgerinn einfließen zu lassen, wodurch die Zellenladungen und das Wirken derselben für die Radumdrehung vermindert werden müssen, weil dasjenige Wasser, welches nicht mehr in einer Zelle, sondern auf dem Boden des Kropfgerinnes aufsitzt, nicht mehr durch seinen lothrechten Druck, welchen nun der Gerinnboden leidet, auf die Zelle zur Radumdrehung wirksam seyn kann; desto näher kommen drittens die Scheitel derjenigen Zellen, welche, wie die abc, unter einer Sperrungszelle abc liegen, und ihre Wasserladung ganz empfangen haben, dem lothrechten Radhalbmesser CS zuliegen und desto kleiner müssen also die Umdrehungsmomente der Wasserladungen dieser Zellen seyn; desto länger wird endlich viertens der Bogen bb, welcher sich zwischen dem Obertheile b einer Sperrungszelle bac und dem Obertheile b einer Zelle abc befindet, welche Zelle im Gange des Rades jedesmal die erste von allen denjenigen unterhalb K folgenden Zellen ist, die ihre größte Ladung gL bereits empfangen haben, welche Zellen in den Berechnungen der Umdrehungskraft P der Sackräder sehr wohl von den Schöpfzellen (zu welchen auch noch die Sperrungszelle abc so lange, als sie den Bogen bb durchstreift, gehört) zu unterscheiden sind, und die wir deswegen endgeladene oder Endladungs-Zellen nennen; desto weniger genau wird also ferner auch fünftens diejenige Berechnung der Kraft P eines Sackrades, bei welcher man annimmt, daß während des Ganges des Rades immer eine endgeladene Zelle abc mit einer gewissen Anzahl unterhalb der abc folgenden Zellen derselben Art be-

findlich sey, und daß also **überhalb** der abc immer eine **Sperrungszelle** mit etwa auch noch anderen **Schöpfungszellen** vorhanden sey. — Diese Berechnungsweise der Kraft P aber ist gerade diejenige, welche man allen übrigen bis jetzt versuchten Berechnungsweisen dieser Kraft vorzuziehen hat, und zwar deswegen, weil man in der Berechnung der P **nothwendig** zu unterscheiden hat, „wie „**groß zuvörderst** die Wasserladung der von der **Ein-** „**flußstelle** β bis zur **Sperrungsstelle** K oder b gehen- „den Zellen sey, und **wie groß** dann ferner auch noch „dabei die Ladung $g\mathfrak{L}$ der **ersten endgeladenen** Zelle „abc und einer jeden von den **unterhalb** derselben nach- „folgenden Zellen derselben Art, bis zu einer **ersten** Aus- „gußzelle seyn müsse.“

§. 7.

Aus den im vorigen Paragraphen gegebenen Ueberlegungen unseres beschränkten Verstandes ergiebt sich bei weiterem Nachdenken für die Beschaufelung der Sackräder folgende **Regel**:

> „Man nehme die Zellenzahl N so groß, daß der „Bogenabstand bb der Obertheile b und b der „Vorderschaufeln ab und ab zweier zunächst ne- „beneinander liegender Zellen beiläufig 7 Decimal- „Zolle oder $8\frac{2}{5}$ Werkzolle groß ist.“

Dabei wird doch die Mündung einer Zelle, welche diese dem Wasser im Durchgange durch dasselbe zum Einfluße desselben in sie darbietet, wenn man davon $\frac{3}{4}$ Werkzolle für die Brettdicke einer Vorderschaufel abzieht, noch $7 + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ oder $7\frac{9}{20}$ Werkzolle, also fast noch $\frac{3}{4}$ Fuße weit im **Bogen** $bb = bb'$ und diese Weite ist so groß, daß sich durch nichts beweisen läßt, man habe sie zu **klein** genommen; sie weicht nicht zu beträchtlich von der ab, die man nach

den gewöhnlichen Regeln zu geben pflegt, und die ohngefähr 1 Fuß im Lichte beträgt.

§. 8.

Dabei muß man aber auch noch besonders darauf sehen, „daß man für die Austheilung der Zellen auf dem „Radkranze eine solche Zellenzahl N erhalte, die sich „gerad aus durch 4 dividiren läßt, und zwar so, daß für „jedes Viertel des Theilkreises ... τT ... eine Zahl $\frac{1}{4}$. N „erhalten werde, nach welcher sich das Kreisviertel möglichst leicht in Zellenabstände τ1, 1...2, 2...3 ꝛc. theilen läßt.“

Diese Rücksicht leitet nun weiter auf folgende Regeln:

A.) „Man suche die Rectifikations-Länge $\mathfrak{L}$ des Theil„kreises ...τT... des Radkranzes, welchen wir „in der Mitte τ der Breite $\mathfrak{S}$'S des Radkranzes „KK... annehmen, aus dem mechanischen Halb„messer Cτ = R* Fußen dieses Kreises. (Wir „nehmen hier vor der Hand immer Rheinl. Fuße „an, könnten aber auch andere annehmen.) Es ist

$$\mathfrak{L} = 6{,}28 \,.\, R^* \text{ Fußen Rheinl.}$$

Z. E. Für C$\mathfrak{S}$ oder R = 9 und CS oder R' = 8 Fußen ist Cτ oder R* = 8,5 Fußen und

$$\mathfrak{L} = 6{,}28 \,.\, 8{,}5 = 53{,}38 \text{ Fußen.}$$

B.) „Diese Länge $\mathfrak{L}$ dividire man durch 6,5 Decimal„Zolle oder 0,65 Fuße, wodurch man einen Quo„tienten

$$\mathfrak{Q} = \frac{\mathfrak{L}}{0{,}65} = \frac{6{,}28 \,.\, R^*}{0{,}65} \text{ Einern erhält.“}$$

Z. E. Für R* = 8,5 Fußen und also $\mathfrak{L}$ = 53,38 Fußen hat man

$$\mathfrak{Q} = \frac{53{,}38}{0{,}65} = \frac{5338}{65} = 82{,}1 \,..\, \text{Einer.}$$

C.) Aus dieser Zahl Ω bilde man durch eine geschickte Verringerung derselben oder auch durch eine geschickte geringe Zugabe zu derselben eine Zellenzahl N, die sich geradaus durch 4, und deren Viertel noch dazu eine Zahl ist, nach welcher sich der Viertelskreis τT leicht in gleiche Bögen theilen läßt. Es ist also

$$N = \frac{\mathfrak{L}}{0{,}65} \mp \mathfrak{X}.$$

Z. E. Bei uns ist Ω oder $\frac{\mathfrak{L}}{0{,}65} = 82{,}1$; nehmen wir von dieser Zahl Ω die Zahl $\mathfrak{X} = 2{,}1..$ weg, so erhalten wir eine Zellenzahl N = 80, deren Viertel = 20 ist, welche Zahl = 4 . 5 als eine geschickte Eintheilungszahl für den Viertelskreis τT dienet; denn man kann nach ihr den τT erst in zwei, sodann jede der beiden Hälften von τT wiederum in zwei, und hernach jedes der vier Viertel von τT in fünf gleiche Theile theilen, wodurch man 2 mal 2 mal 5 oder 20 gleiche Theile für τT und also für den ganzen Theilkreis ... τT ... 4 mal 20 oder 80 Zellenbögen erhält, von welchen jeder etwas länger ist, als 0,65 Fuße, weil man Ω etwas verringert hat, und wobei ein Bogen, wie bb, beiläufig 0,7 Fuße enthält.

§. 9.

Die gewöhnliche Regel, die man für die Bestimmung der Zellenzahl N giebt, ist folgende:

„Man nehme im Theilkreise ... τT ... eine solche „Zahl N von Zellenscheiteln τ, 1, 2, 3 ... an, die „sich ergiebt, wenn man die Fußzahl des mechani„schen Durchmessers 2 . Cτ oder 2 R* des Rades

„$2\frac{1}{2}$ bis 3mal nimmt und das Produkt $\mathfrak{P}$, wenn es „nöthig ist, durch eine geringe Vergrößerung oder „Verkleinerung x desselben in eine Zahl $N = \mathfrak{P}$ „$\pm$ $\mathfrak{X}$ verwandelt, die sich geradaus durch 4 di- „vidiren läßt, wo dann $\frac{1}{4}$. N die Zahl der Zellen- „scheitel eines Quadranten τT anzeigt.“

Z. B. Für $C\tau$ oder $R^* = 8{,}5$ Fußen ist $3 \,.\, 2R^* = 3 \,.\, 17 = 51$; diese Zahl $\mathfrak{P}$ giebt durch Verringerung derselben um $\mathfrak{X} = 3$ eine durch 4 geradaus dividirbare Zellenzahl $N = \mathfrak{P} - \mathfrak{X} = 51 - 3 = 48$, wornach man also dem Viertelskreise 12 Zellenscheitel zu geben hätte. — (Wir hatten vorhin $N = 80$ gesetzt.)

§. 10.

Ueber diese Regel haben wir Folgendes zu sagen:

1.) Nimmt man $\mathfrak{P} = 3 \,.\, 2R^* = 6R^*$ und sucht daraus N, so hat es zwar den Anschein, „man habe den „Abstand $\tau 1 = 1 \,.\,.\, 2$ rc. zweier Zellenscheitel, worauf es „doch eigentlich bei einer nach Grundsätzen vorgenommenen „Radbeschaufelung ankommt (§. 6.) als eine von R^* „abhängige Größe berechnet“; das aber ist nicht genau wahr. Die Rectifikationslänge des Theilkreises ... τT ... oder

$$\mathfrak{L} \text{ ist } = 6{,}28 \,.\, R^* \text{ Fußen}$$

und wenn man diese durch die Zahl $\mathfrak{P} = 6R^*$ dividirt, so erhält man daraus für $\tau 1 = 1 \,.\,.\,.\, 2$ rc. eine Bogenlänge

$$\mathfrak{l} = \frac{6{,}28 \,.\, R^*}{6 \,.\, R^*} = 1{,}04 \text{ Fußen;}$$

„es fällt also bei der Berechnung der Größe $\mathfrak{l}$ aus den „Größen $\mathfrak{L}$ und $\mathfrak{P}$ die Größe R^* aus der Berechnung „heraus, und man hätte ja auch eben so gut sagen „können:

„„Man nehme eine Zahl N von Zellen an, bei „„welcher beiläufig ein Zellenscheitelabstand „„τ 1 = 1 . . . 2 rc. oder l = 1,04 Fußen wird, „„welches für jeden Radhalbmesser Cτ = R* „„gültig ist.““

2.) Man sieht auch gar nicht ein, warum bei Sackrädern der Zellenscheitelabstand l ganz allein von dem Radhalbmesser R* abhängig seyn sollte. Die Zellenmündungen bbbb' rc. müßen eine zweckmäßig gewählte Bogenweite haben und die in §. 6 erwogenen Puncte, worauf man bei dieser Wahl zu sehen hat, bleiben für jedes Sackrad gültig, es mag ein solches Rad hoch oder niedrig seyn. (— Anders kommen die Untersuchungsresultate heraus für unterschlächtige mit ebenen Schaufeln versehenen Räder; bei solchen hat man wie sich beweisen läßt, allerdings auf die Größe von R* zu sehen bei der Bestimmung der Schaufelzahl N.)

3.) Nach der bisher betrachteten gewöhnlichen Regel, nach welcher man die Zellenzahl N bestimmen soll, kommt die Länge τ 1 = 1 . . 2 rc. oder l bei Weitem größer heraus, als nach unseren in §. 7 und 8 gegebenen und auf die in §. 6 angegebenen Ueberlegungen gestützten Vorschriften. Nach diesen hat man im Theilkreise l nur = 0,65 Fußen zu nehmen, damit auswendig bb = bb' rc. beiläufig = 7 Decimal- oder 8$\frac{2}{7}$ Werk-Zollen werde (§. 7); nach jener gewöhnlich auf gar keine merklich hervortretende Gründe gestützten Regel wird beiläufig die Größe l = 1,04 Fußen, also nicht nur sehr viel kleiner als das Doppelte unserer Größe l = 0,65, welches 2 . 0,65 = 1,3 Fußen ist. —

„Es ist nirgensher ein haltbarer Grund herbei zu brin- „gen, der uns zur Behauptung berechtigt, die Größe l oder „τ 1 = 1 . . . 2 müsse wenigstens 1 Fuß enthalten, denn, „will man sich da auf Erfahrungen berufen, so fragen

„wir nach solchen, wodurch offenbar erwiesen ist, daß die „l nicht auch ohngefähr halb so groß seyn könnte' „wir aber haben in §. 6 mehrere nicht zu verwerfende Gründe „herbei gebracht, welchen zufolge man billigen muß, daß „man die Größe l beiläufig = 0,65 Fußen nehme, damit „der Bogen bb = bb beiläufig eine Länge von 7 Decimal= oder 8 2/7 Werk=Zollen erhalte."

*) Wir bitten um bessere Belehrungen hierüber und werden unseren Dank dafür öffentlich abstatten.

III.

Von den zur Bestimmung der erforderlichen Geräumigkeit der Zellen gehörenden Größen.

§. 11.

Bei einem angenommenen Abstande der inneren einander zugekehrten Flächen der Radkränze, welchen wir die Zellenlänge l (z. E. 2,8 Fußen) nennen, müssen die Zellen eine gewisse Weite zwischen den Oberkannten ihrer Stoß= und Riegel=Schaufeln und eine gewisse Tiefe haben um welche die Scheitel derselben unter diesen Kannten liegen, damit sie das in sie einfließende Triebwasser so in sich aufnehmen, daß es nicht zur Unzeit über sie hinaus in den Radraum R hineinströme, sondern möglichst lange in den Zellen verweilen und durch sein Gewicht für die Radumdrehung wirksam seyn könne. — Die hier genannten Abmessungen der Zellen sind, damit die Zellen leisten, was so eben angegeben worden ist, abhängig von folgenden Größen, worunter die, welche sich auf Wassermengen beziehen, nach Cubikfußen gemessen zu verstehen sind.

1.) Von der Wassermenge, welche dem Rade in jeder Secunde bis an die Mündung Rm des Ge=

rinnes auf dem von uns als horizontal angenommenen Gerinnboden ... A K (§ 4, Nr. 4) zugeführt wird, welche Wassermenge wir, da sie die aus dem Gerinne in das Rad und in das Kraftgerinn K K', worin dieses läuft, kommende Wassermenge ist, Ausflußmenge nennen und durch aM bezeichnen.

2.) Von der Wassermenge, welche in jeder Secunde von der aM rücksichtlich der Wirkung derselben für die Radedrehung durch die Spielräume, die zwischen den Hirnflächen des Wassergerinnes und der Radkränze ꝛc. Statt haben müßen, verloren geht, weil diese nicht in die Zellen kommt, sondern auf den Boden des Kropfgerinnes abwärts fließt und höchstens nur einen sehr unbedeutenden Stoß gegen die Oberkanten der Vorderschaufeln der Zellen ausübt, welchen Wassermengentheil von aM wir Verlustmenge nennen und durch vM bezeichnen.

3.) Von der aus dem Abzuge der vM von der aM sich ergebenden Wassermenge aM — vM, welche wirklich in jeder Sekunde in die Zellen einfließt und anfänglich durch ihren ganzen lothrechten Druck, hernach aber bei dem Ausflusse des Wassers aus den Zellen nur durch einen verminderten Druck gegen die Vorderschaufeln derselben für die Radumdrehung wirksam wird, welche Wassermenge aM — vM wir Restmenge nennen und durch rM bezeichnen.

4.) Von der Geschwindigkeit c des Rades, d. h. von der Anzahl der Fuße eines Bogens, β.... X welchen eine in die Einflußstelle β des Wassers eintretende Vorderschaufel einer Zelle in dem Kreise ... A S..., in welchem die Vorderkanten der Vorderschaufeln der Zellen herumlaufen, in einer Sekunde durchstreicht; denn je kleiner die Fußezahl c eines solchen Bogens ist; desto langsamer geht die Schöpfstelle β einer Schöpfschaufel durch den Wasser-Bogen βb und Kropfbogen βb hindurch und desto mehr Wasser fassen die Schöpfzellen in sich auf, desto

größer wird also auch die Ladung gL der ersten bis zum Ende geladenen Endladungszelle abc und aller auf diese bis zur ersten Ausgußzelle folgenden Endladungs=Zellen.

5.) Von der Wassermenge, welche eine Schöpfzelle von dem Anfange des Eintrittes in den Wasserbogen βb bis zum Ende b ihres Abwärtsganges durch diesen Bogen hindurch entweder allein oder mit noch einer über ihr liegenden Zelle von der ^{r}M in sich einschöpft, welche Einschöpfmenge wir Wasserbogenmenge nennen und durch ^{wb}M bezeichnen.

6.) Von der Wassermenge, welche eine von β bis b abwärts gehende Zelle von der ^{wb}M in dem Falle erhält, wenn über ihr noch eine Zelle in das Wasser eintritt und ihr einen Theil von der ^{wb}M abfängt, so, daß also die von β bis b herunter gekommene Zelle nur einen Theil von der ^{wb}M in sich enthält, welchen Theil wir Wasserbogenrestmenge nennen und durch ^{wbr}M bezeichnen.

7.) Von der Wassermenge, welche eine bis b gekommene Zelle zu dem Wasser, was sie bereits in sich eingeschöpft hat, noch in sich einschöpfen muß, während sie von b bis b abwärts geht und am Ende b ihre völlige Ladung gL erhalten haben muß, weil nun in b eine neue Sperrungszelle bac vor ihr steht, und ihr den weiteren Wasserzufluß abschneidet. Diese Wassermenge, welche zum Durchgange der Zelle durch den Kropfbogen Kb gehört, nennen wir Kropfbogenmenge und bezeichnen sie durch ^{kb}M.

8.) Von der ganzen Wassermenge, die eine von β bis b herunter gekommene Zelle abc, welcher nun eine Sperrungszelle abc vorsteht, in sich aufgenommen haben muß, welche Wassermenge wir die ganze Ladung nennen und durch gL bezeichnen.

9.) Von den Breiten ab oder b und ac oder b' der Vorder- und Hinter-Schaufeln einer Zelle, dem Stellungswinkel bac oder w zweier solcher Schaufeln gegen einander 2c.

§. 12.

Von den in Nr. 1,2....8 des vor. Paragraphens wollen wir nun im Folgenden handeln.

1.) Von der Wassermenge ^{a}M (§. 11. Nr. 1.)

§. 13.

Zur genauen Bestimmung derselben muß man zuvörderst vermittelst eines Wasser-Geschwindigkeitsmessers die mittlere Geschwindigkeit C messen, mit welcher das Wasser nahe hinter der Ausflußmündung mK des horizontalen Gerinnes... ABmK vorwärts fließt und bei mK in das Rad einfließt. Unter den vielen Geschwindigkeitsmessern des Wassers, die bis jetzt angegeben und gebraucht worden sind (s. Eytelweins Handbuch der Mechanik vester Körper und Hydraulik, Seite 389 2c.) kann man sich am Besten desjenigen bedienen, den wir uns zum Zwecke der Wohlfeilheit und des sehr leichten und sehr genaue Resultate gewährenden Gebrauches ausgedacht haben und der vorn genauest beschrieben worden ist. — Die mittlere Geschwindigkeit C, mit welcher das Wasser sehr nahe hinter der Ausflußmündung mK des Gerinnes vorwärts geht, ist die Zahl der Fuße des horizontal-Weges, welchen, im Durchschnitte genommen, ein Theilchen des Wasserstromes von mK an in einer Secunde durchlaufen mußte, wenn es ohne allen Widerstand weiter horizontal vorwärts gehen könnte. Diese Fußezahl C wird gefunden, wenn man erstlich etwa 4 Zolle neben einer Gerinnwand (nahe hinter mK auf der Oberfläche, in der Mitte und am Boden des

Wassers die drei Seitengeschwindigkeiten A, B, C mißt, wenn man zweitens auch in der Mitte der Breite des Gerinnwassers die drei Mittelgeschwindigkeiten D, E, F von oben herunter ꝛc. mißt, wenn man endlich drittens aus diesen 6 Messungsresultaten (man kann auch noch mehrere suchen — — —) das arithmetische Mittel

$$C = \frac{A + B + C + D + E + F}{6} \text{ Fußen}$$

sucht. Wir setzen künftig z. B. C = 6 Fußen.

§. 14.

Ferner gehört zur Bestimmung der aM, damit auch diese eine mittlere werde, die Beobachtung der mittleren Wasserhöhe mv oder h, in welcher das Wasser meistens herbeifließt, und für die man die Radanlage machen will.

Z. B. Nehmen wir im Folgenden an, „es sey „h = 1 Fuß.“

§. 15.

Endlich gehört zur Bestimmung der mittleren aM die horizontale Breite oder Weite des Gerinnes, die gegen dessen Seitenwände winkelrecht geneigt ist, welche Weite oder Breite wir durch l Fuße bezeichnen, weil sie der Länge einer Radzelle (dem Abstande der beiden Innenflächen der Radkränze) gleich (oder — noch besser um ein Geringes kleiner — — —) genommen seyn soll.

Z. B. Nehmen wir im Folgenden b = 2,8 Fußen.

§. 16.

Die beiden Größen l und h geben den Quadratinhalt des bei mK liegenden lothrechten Querschnittes der Ausfluß-Wassermenge aM, welcher Inhalt = l . h

Quadratfußen ist. Multiplicirt man diesen mit der mittleren C (§. 13.), so erhält man in Cubikfußen den rechtwinklicht parallelepipedisch gestalteten Wasserkörper ${}^aM$, welcher in jeder Sekunde durch mv hindurch in der Länge von C Fußen horizontal vorwärts gieng, wenn er nicht durch das Rad aufgefangen würde; es ist demnach die dem Rade in jeder Sekunde zufließende Wassermenge

$${}^aM = C \,.\, l \,.\, h \text{ Cubikfußen.}$$

Z. B. ist bei uns ${}^aM = 6 \,.\, 2{,}8 \,.\, 1 = 16{,}8$ Cubikfußen.

§. 17.

Von einer Zusammenziehung des Wassers in der Ausflußöffnung des Gerinnes und einer dadurch verursachten Verminderung der von uns berechneten Wassermenge ${}^aM$ kann bei uns nicht die Rede seyn, weil wir die Geschwindigkeit C nächstens vor der Stellfalle, also erst nach dem Ausfluße durch die Stellfallenöffnung hindurch, gemessen haben wollen.

2.) Von der Wasserverlustmenge ${}^vM$ (§. 11, Nr. 2).

§. 18.

Die Gerinnbacken ... A K B A ... sollen in dem Hirnholze bei K B nach dem Kropfbogenkreise K K′.... und dem Rade ausgeschweift seyn, und die Hirnholzhöhlungen sollen den Stirnflächen der Radkränze genauest gegenüber stehen, so, daß zwischen diesen Flächen und denen der Höhlungen der Gerinnbacken ein gleichbreiter Spielraum bleibt, der, nach der horizontalen Richtung K b gemessen, etwa $\frac{1}{2}$ Werkzoll $= \frac{1}{24}$ Fuß groß ist. Die Ausdehnung bβ, die von diesem Raume im Wasser ... A K m B steht, setzen wir hier der gewöhnlichen Wassertiefe $\beta v = h$

Fußen gleich, was hier zureichend genau ist. Demnach ist der beiden Seitenspielräume, durch welche Wasser seitwärts in das Kropfgerinne, in welches die Mündung des Gerinnes ... A K B eingreifen muß, eindringen kann, Quadratinhalt q + q oder

$$q = h \cdot \tfrac{1}{24} + h \cdot \tfrac{1}{24} = 2h \cdot \tfrac{1}{24} = \tfrac{1}{12} \cdot h \text{ Quadr.Fußen.}$$

Z. E. Für h = 1 Fuß hat man $q = \frac{1}{12} \cdot 1 = \frac{1}{12}$ Quadratfuß, also $q = \frac{1}{2} q = \frac{1}{24}$ Quadratfuß.

§. 19.

Der Gerinnboden ... A K k soll bei K u schief abwärts, nach dem Backenbogen B K ausgeschweift seyn, und die Stirnflächen des Rades und Vorderschaufeln sollen in einem horizontalen Abstande, welcher auch $\frac{1}{24}$ Fuß beträgt, neben dem Bodenende K u vorbeilaufen. Die Dicke eines jeden Radkranzes soll d Fußen (z. E. 3 bis 4½ Zoll) enthalten, wornach also bei der Zellenlänge l die ganze Radbreite = $l + d + d = l + 2d$ Fußen seyn muß. Dazu nehme man zwischen jedem Radkranze und Kropfgerinnbacken $\frac{1}{24}$ Fuß Spielraum, nach der horizontalen Weite des Kropfgerinnes gemessen, so hat man für die ganze horizontale Länge des Bodenspielraumes $(b + 2d + \frac{1}{12})$ Fuß und es ist also dieses Raumes Quadratinhalt

$$q' = (l + 2d + \tfrac{1}{12})\, \tfrac{1}{24} \text{ Quadratfußen.}$$

Z. B. Für l = 2,8 und d = 0,25 Fußen hat man

$$q' = (2{,}8 + 2 \cdot 0{,}25 + \tfrac{1}{12})\, \tfrac{1}{24}$$
$$= (3{,}3 + 0{,}083)\, \tfrac{1}{24}$$
$$= 3{,}383 \cdot \tfrac{1}{24} = 0{,}141 \text{ Quadratfußen.}$$

§. 20.

1.) An den Seitenspielräumen ist das Wasser beiläufig in einer Ausdehnung β b, wofür wir aber nur die Höhe $\beta v = h$ gesetzt haben, befindlich, es steht aber

an diesen nicht ruhig, sondern schießt neben ihnen vorwärts gegen die Radzellen hin mit einer Geschwindigkeit C. — Stände es ruhig, so könnte man hier nach Eytelwein (s. dessen Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, S. 119 — 121) setzen,

„es sey die aus jeder Seitenöffnung in einer „Sekunde kommende Ausflußmenge $M = \frac{2}{3} . q . 2 .$ „$\sqrt{gh}$ Cubikfußen, worin $2\sqrt{gh}$ die zu βv oder h „gehörende Geschwindigkeit C der untersten hori„zontal vorwärts fließenden Wassertheilchen und „q die Größe in §. 18. bedeutet.“

Da aber das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit C*, die um etwas kleiner ist, als die in §. 13. gemessene mittlere C, neben den Seitenöffnungen vorbeiläuft, so muß leicht begreiflicher Weise M einen Werth haben, der etwas kleiner ist, als der so eben angenommene; man kann jedoch diesen Werth beibehalten, weil man dabei sicher ist, „daß man gewiß die Wasserverlustmenge ^{v}M nicht „zu gering und also die zur Radumdrehung kommende „Wasserrestmenge nicht zu groß in Anschlag bringe.“

Z. B. Für $q = \frac{1}{24} . h = \frac{1}{24} . 1$ Quadratfuß (§. 18.) und $C = 2\sqrt{g . h} = 2\sqrt{15{,}625 . 1} = 7{,}9$ Fußen hat man für jede Sekunde $M = \frac{2}{3} . q . C = \frac{2}{3} . \frac{1}{24} . 7{,}9 = \frac{7{,}9}{36}$ Cubikfußen.

2.) Ueber dem Bodenspielraume hinweg strömt das Wasser mit einer Geschwindigkeit C**, die etwas kleiner ist, als die im §. 13. berechnete mittlere C des Wassers. Mit dieser C** streicht unten bei Kb das Wasser durch den Spielraum, dessen Quadratinhalt $= q'$ ist (§. 19.), in das Kropfgerinne KK' ein, und es wäre hiernach die theoretische Verlustmenge M' des Wassers ^{a}M, welche durch q' verursacht wird, $=$ C** . q' Cubikfußen.

Es leidet aber das Wasser im Durchgange durch q′ von Zeit zu Zeit einen kleinen Widerstand und es wird dadurch $\mathfrak{M}'$ etwas kleiner, als $C^{**}.q'$. Wir setzen aber hier zur Sicherheit, daß wir auch für $\mathfrak{M}'$ nicht zu wenig gerechnet haben,

$$\mathfrak{M}' = C . q' \text{ Cubikfußen.}$$

Z. B. Für C = 6 Fußen (denn so haben wir diese Größe in §. 16. angenommen) und q′ = 0,141 Quadratfußen (§. 19.) ist

$$\mathfrak{M}' = 6 . 0{,}141 = 0{,}846 \text{ Cubikfußen.}$$

3.) Demnach ist nun die durch alle drei Spielräume in jeder Sekunde verursachte Wasserverlustmenge

$$^{v}M = \mathfrak{M} + \mathfrak{M} + \mathfrak{M}' = 2\mathfrak{M} + \mathfrak{M}'$$
$$= 2 . \tfrac{2}{3} . q . 2\sqrt{gh} + C . q'$$
$$= \tfrac{8}{3} q . \sqrt{gh} + C . q' \text{ Cubikfußen.}$$

Z. B. Für $\mathfrak{M} = \frac{7{,}9}{36}$ (vor. Nr. 1.)

und $\mathfrak{M}' = 0'846$ (vor. Nr. 2.)

ist $^{v}M = 2 . \frac{7{,}9}{36} + 0{,}846$

$$= \frac{7{,}9}{18} + 0{,}846$$
$$= 0{,}439 + 0{,}846$$
$$= 1{,}285 \text{ Cubikfußen,}$$

wofür wir 1,3 Cubikfußen rechnen, was gewiß genug ist.

3.) Von der Wasserrestmenge ^{r}M (§. 11, Nr. 3) und der Höhe βv oder h′ derselben.

§. 21. a)

Die ^{v}M ziehe man ab von der ^{a}M, so hat man die

$$^{r}M = {}^{a}M - {}^{v}M,$$

die in jeder Sekunde wirklich zum Umtriebe des Rades in die Zellen desselben einfließt.

Z. B. Für ^{a}M = 16,8 Cubikfußen (§. 16.)
und ^{v}M = 1,3 Cubikfußen (§. 20.)
ist ^{r}M = 15,5 Cubikfußen.

§. 21. b)

Die Höhe βv oder h′ der durch die ^{v}M verringerten Wassermenge ^{r}M muß etwas kleiner seyn, als die Höhe h der nächst hinter der Gerinnmündung fließenden ^{a}M, weil die ^{r}M noch, wie die ^{a}M, mit der mittleren Geschwindigkeit C in der Gerinnbreite l vorwärts fließen muß, aber doch kleiner ist, als die ^{a}M. Es ist $^{r}M = C \cdot l \cdot h'$ Cubikfußen, woraus

$$\frac{^{r}M}{C \cdot l} = h' \text{ Fußen folgt.}$$

Z. B. Für ^{r}M = 15,5 Cubikfußen C = 6 und l = 2,8 Fußen ist

$$h' = \frac{15{,}5}{6 \cdot 2{,}8} = \frac{15{,}5}{16{,}8} = 0{,}922 \text{ Fußen.}$$

4.) Von der Umdrehungsgeschwindigkeit c des Rades (§. 11, Nr. 4.).

§. 22.

Bei den unterschlächtigen Wasserrädern ist nicht der lothrechte Druck oder das Gewicht des Wassers, son-

dern der Seitendruck, der sogenannte Wasserstoß, welchen das im Schuß- oder Kropf-Gerinne abfließende Wasser gegen die Radschaufeln ausübt, die Ursache der Radumdrehung, und da hat man die Radgeschwindigkeit c nach Maaßgabe derjenigen Geschwindigkeit C^*, mit welcher das Wasser unten im Schaufelmittel bei x horizontal vorwärts schieße, wenn dieses durch keine Radschaufeln in seinem Gange verzögert würde, durch gehörige Belastung des Rades so zu reguliren, „daß das Triebwasser seinen größten Seitendruck oder Stoß „gegen die Schaufel, welcher die nützlichste Radumdrehung giebt, ausübt.“ Da findet man durch die gehörig angestellten Berechnungen, daß man $c = \frac{1}{2} C^*$ zu setzen habe, weil eine $c = o$ zwar den größten Stoß, aber gar keine Radumdrehung, und eine $c = C^*$ gar keinen Stoß gäbe, also das Rad durch eine andere Kraft, als das Gerinnwasser in die Geschwindigkeit c versetzt werden müßte.

§. 23.

Bei den mittelschlächtigen oder den Sackrädern wirkt freilich das an die Vorderschaufeln, z. E. die a′ b′, der Zellen anströmende, und bei zureichend kleiner Radgeschwindigkeit c wohl auch das bei seinem Einfalle in die Zellen an die Hinterschaufeln (z. E. die a′ c′) anfallende Wasser durch Seitendruck oder Stoß; das aber ist bei solchen Rädern nur der geringere Theil von der ganzen Wirkung, welche die Triebwassermenge rM für die Radumdrehung ausübt; denn da wird das Wasser durch die Radzellen aufgefangen, welche man gerade zu dem Zwecke anbringt, „daß das Triebwasser nicht bloß auf den „Stoß benützt werde (was man ja auch thun könnte —), „sondern daß es hauptsächlich benützt werde auf den „lothrechten Druck, das Gewicht desselben zur Rad„umdrehung“; da ist also der vorerwähnte Seitendruck

oder Stoß, welchen das Wasser gegen die Schaufeln der Zellen ausübt, nur zu betrachten „als eine Nebensache“, und man hat also da die Radgeschwindigkeit c (§. 11, Nr. 4.) nach ganz andern Grundsätzen zu reguliren, als nach jenen, die man bei den unterschlächtigen Wasserrädern zur Bestimmung der c derselben anwendet.

§. 24.

Bei den Sackrädern hat man die Radgeschwindigkeit c so zu wählen, „daß selbst auch durch die größte „Wasserladung g𝔏, die eine Zelle, indem sie mit ihrer c „von der obersten Schöpfstelle β an durch die Bogen„summe βb + bb des Drehkreises ... A S ... des Ra„des hindurch geht und in b zu einer ersten ganz ge„ladenen Zelle abc wird, in sich aufnimmt; diese abc „höchstens nur bis zu einer gewissen Horizontallinie cb′ „angefüllt werde, die in c durch die Oberkante der Hin„terschaufel winkelrecht läuft, damit die Zelle abc nicht „schon während ihrer Bewegung von β bis b herunter Was„ser in den Innen-Raum 𝔛 des Rades hineinlaufen lasse, „und daß ferner auch der in der Horizontallinie cb′ lau„fende Spiegel ihrer Wasserladung g𝔏 noch um eine ge„wisse Weite b′b unterhalb der Oberstelle b ihrer Vor„derschaufel ab stehe, damit dieser Spiegel bei dem Ab„wärtsgange der geladenen Zelle abc sich in dieser eine Zeit „lang von b′ an aufwärts gegen b hin drehen könne „und erst, nachdem die b in einer gewissen Stelle St un„terhalb der Linie A ε ε′ angekommen ist, zu einer Ausguß„stelle des Wassers werde.“

§. 25.

1.) Die Fußezahl c des Geschwindigkeitsbogens, welchen die Oberkante β einer in die obere Wasserlinie Bβ eingetretenen Schöpfzelle in einer Sekunde im Drehkreise

..A S.. muß durchlaufen können, wenn im Gange der Zelle von β bis zum Ende b des Bogens βb + bb, von wo an ihre Ladung geendigt seyn muß, das Zuflußwasser ohne irgend einen Verlust in die von β bis b herunter gegangene Zelle abc eingegangen seyn soll, ist eine von der in einer Sekunde herbeifließenden Wassermenge rM und von der Beschaufelungsweise und Zellenlänge des Rades, von welchen beiden Umständen der körperliche Inhalt einer Zelle abhängt, dependirende Größe, und muß nach diesen Umständen berechnet werden. Wie man hierbei zu verfahren habe, dazu wird in den folgenden Kapiteln der nöthige Unterricht gefunden werden.

2.) Will man diesen aus der vorausgesetzten Triebwassermenge rM und Zellenconstruction des Rades gehörig berechneten Geschwindigkeitsbogen = C Fußen, welcher für die Größen, aus welchen man ihn berechnet hat, der vortheilhafteste ist, nicht haben, so hat man rücksichtlich verlangter Abänderungen der Größe c Folgendes zu beachten:

A.) Will man die Größe c größer haben, als man in der Berechnung derselben gefunden hat, dabei aber doch die vorige Wassermenge rM und Zellenconstruction beibehalten, so darf man nur diese neue c′ > c nach seinen Forderungen annehmen, daraus die ihr, der c′, angemessene ganze Wasserkraft P des Rades berechnen, und dieser die Totallast Q des Rades, die man der Kraft P entgegen zu setzen hat, gehörig angemessen bestimmen, nämlich so, daß, wenn die Maschine im Gange ist, die verlangte Geschwindigkeit c′ > c des Schaufelpunktes β Statt haben muß. Dabei verliert man, weil die Zellen geschwinder, als es seyn sollte, durch das Wasser hindurchstreichen, und also dabei auch schwächer geladen wer-

den, an der ganzen Ladungskraft P des Wassers, und somit auch an der Last Q, die man der P entgegenzusetzen hat; ferner ist bei einer solchen Einrichtung das Rad breiter und schwerer, als es eigentlich seyn sollte, es geht auch, wegen seiner etwas zu großen Breite mehr Wasser, als nöthig wäre, durch den breiten Bodenspielraum verloren, wogegen aber auch die etwas weiter genommenen Zellen später, als die engeren, anfangen, ihr Ladungswasser gegen das Gerinnbodenwasser hin ausfließen zu lassen.

B.) Will man aber die Größe c kleiner haben, als man in der Berechnung derselben gefunden hat, so muß man, weil sich in diesem Falle die Zellen länger im Zuflußwasser aufhalten, und somit Gelegenheit zu einer größeren Wasseraufnahme geben, nach Maaßgabe der verlangten neuen $c' < c$ nothwendig die Zellen größer machen, was auf eine leichte Weise dadurch geschehen kann, „daß man „die ganze vorige Zellenconstruction bloß rücksichtlich „der Zellenlänge abändert, nämlich diese Größe „l gehörig vergrößert, also dem Rade einen „größeren innern Abstand seiner Kränze giebt", wodurch aber auch das Rad gewichtiger, dessen Reibung an den Wellzapfen vermehrt, und die unter den Vorderschaufeln der Zellen abfließende Wassermenge breiter, und somit um etwas vergrößert wird.

3.) Vorgreifend müssen wir schon hier rücksichtlich der gehörig abgewogenen Wahl der Radgeschwindigkeit c Folgendes zum Beachten bringen: Man soll dem Rade eine solche Breite und seinen Zellen eine solche Construktion geben, „daß, wenn man dafür und für die „gewöhnlich vorhandene Triebwassermenge rM die in

„§. 24. beschriebene Radgeschwindigkeit c aufsucht, „diese nicht in einem Uebermaaße groß über jene hinausgeht, „die man den für bedeutend hohe Gefälle den unter„schlächtigen Wasserrädern zuläßt und durch Erfah„rungen als unübertrieben erkannt hat. Und für „diese c soll man die Einrichtung der durch das Rad zu „betreibenden Maschine so treffen, daß die Nutzlast Q „derselben an dem Punkte, worauf es ankommt, ihre beste „Geschwindigkeit erlangt, wobei der geschickte Mechaniker „die Hebellänge und Vorgelege, wenn letztere nöthig „werden, leicht ausmitteln kann.“

5) Von der Wasserbogenmenge ${}^{wb}M$ (§. 13, Nr. 5.)

§. 26.

Wenn eine Schöpfzelle in der Oberlinie Bβ des Wassers mit der Oberkante β ihrer Vorderschaufel angekommen ist, sie von da an im Wasserbogen βb abwärts geht, so fließen von der Wassermenge ${}^{r}M$, deren Höhe $\beta v = h'$ ist, allmählich Wassermengen m^1, m^2 ꝛc. in die Zelle ein, andere Theile der ${}^{r}M$ aber fließen auswendig an der Seite der Vorderschaufel der im Wasser abwärts abgehenden Schöpfzelle herunter in andere unter dieser Zelle laufenden Zellen ab. Die Summe der Wassermengen m^1, m^2 ꝛc., welche die Schöpfzelle in der Einflußzeit ${}^{e}Z$, worin sie den Wasserbogen $\beta b = B$ Fußen durchstreicht und am Ende desselben zu einer Schlußzelle bac wird (die von da an in ihren weiteren Abwärtsgange keine Theile der ${}^{r}M$ mehr in untere Zellen abfließen läßt) von der ${}^{r}M$ erhalten würde, falls über der bac keine Zelle b′a′c′ vorhanden wäre, die auch etwas Wasser in sich einschöpft, ist die Wasserbogenmenge, $= {}^{wb}M$ Cubikfußen, die nun berechnet werden soll.

§. 27.

Der Geschwindigkeitsbogen, welchen die Oberkante der Schöpfzelle von β an abwärts im Kreise A g S.. in 1 Sekunde durchstreifen soll, enthalte c und der Wasserbogen βb enthalte B Fuße; die Sekundzeit, welche verstreicht, während die Oberkante der Schöpfzelle durch den Wasserbogen βb hindurch geht, sei ^{e}Z Sekunden. Für die Proportionsfrage,

> „zum Gange durch einen Bogen von c Fußen „braucht die Oberkante der Vorderschaufel der Zelle „von β an eine Zeit von 1 Sekunde, welche „Zeit ^{e}Z braucht sie also zu ihrem Gange durch „den Bogen βb von B Fußen,“

ergiebt sich die Proportion:

$$c \text{ Fuße} : B \text{ Fußen} = 1 \text{ Sek.} : {}^{e}Z \text{ Sekunden},$$

$$\text{woraus } {}^{e}Z = \frac{B}{c} \text{ Sekunden folgt.}$$

Z. B. Für B = 1 Fuß und c = 6 Fußen hat man

$$^{e}Z = \frac{1}{6} = 0{,}166 \text{ Sekunden.}$$

§. 28.

Wie groß aber ist denn die Rectifikationslänge B des Wasserbogens βb?

1.) Die lothrechte Höhe $bz = \varepsilon z$ oder H des Wassergerinnbodens A R.. über der durch die unterste Stelle S des lothrechten Radhalbmessers cS = R Fußen gezogenen Horizontallinie Sz sei gegeben. Diese ist $= S\varepsilon'$ = Sin. versus des Bogens Sb oder Winkels Scb für den Halbmesser CS oder R; man hat also

$$S\varepsilon' = R . \text{Sin. vers. } SCb = R . (1 - \text{Cos. } Scb),$$

$$\text{woraus } \frac{S\varepsilon'}{R} = 1 - \text{Cos. } SCb \text{ und}$$

$$\text{Cos. } \mathfrak{S}\text{Cb} = 1 - \frac{\mathfrak{S}\mathfrak{e}'}{R} = 1 - \frac{\mathfrak{H}}{R}$$

folgt. Schlägt man den berechneten Werth des Cos. $\mathfrak{S}$cb in den Sinustafeln auf, so erhält man die Gradzahl des Winkels $\mathfrak{S}$Cb und Bogens $\mathfrak{S}$b.

Z. E. Für R = 9 und $\mathfrak{H}$ = 5,3 Fußen hat man

$$1 - \frac{\mathfrak{H}}{R} = 1 - \frac{5{,}3}{9} = 1 - 0{,}58888\ldots$$
$$= 0{,}411112\ldots$$

Zu dieser Cosinus-Zahl gehört in den Tafeln beiläufig ein Winkel oder Bogen $\mathfrak{S}$b von 65 Graden und 44 Minuten = 65,733 Graden.

2.) Die lothrechte Höhe βv oder h′ der Wassermasse rM, welche in die Radzellen einfließt, sei gegeben, dann ist die Linie $zv\beta = zv + \beta v = zb + \beta v = \mathfrak{H} + h$ eine bekannte Größe und $= \mathfrak{S}e'$. Diese Linie $\mathfrak{S}e' = \mathfrak{H} + h'$ aber ist der Sin. vers. des Winkels $\mathfrak{S}c\beta$ oder Bogens für den Halbmesser C$\mathfrak{S}$ oder R; man hat also

$$\mathfrak{S}e' = R \,.\, \text{Sin. vers. } \mathfrak{S}C\beta = R\,(1 - \text{Cos. } \mathfrak{S}C\beta)$$

woraus $\frac{\mathfrak{S}e'}{R} = 1 - \text{Cos. } \mathfrak{S}C\beta$ und

$$\text{Cos. } \mathfrak{S}C\beta = 1 - \frac{\mathfrak{S}e'}{R} = 1 - \frac{\mathfrak{H} + h'}{R}$$

folgt. Schlägt man den berechneten Werth von Cos. $\mathfrak{S}C\beta$ auf, so erhält man die Gradzahl des Winkels $\mathfrak{S}C\beta$ und Bogens $\mathfrak{S}\beta$.

Z. E. Für R = 9, $\mathfrak{H}$ = 5,3 und h′ = 0,922 Fußen (§. 21. b)) hat man

$$1 - \frac{\mathfrak{H} + h'}{R} = 1 - \frac{5{,}3 + 0{,}922}{9}$$
$$= 1{,}000\ldots - 0{,}6913\ldots = 0{,}3086667.$$

Zu dieser Cosinus-Zahl gehört in den Tafeln beiläufig ein Winkel oder Bogen $\mathfrak{S}\beta$ von 72 Graden und 2 Minuten = 72,033 Graden.

3.) Also ist nun die Gradzahl des Wasserbogens $\beta b = S\beta - Sb$ bekannt.

Z. E. Für $S\beta$ (Nr. 2.) $= 72{,}033$ und
Sb (Nr. 1.) $= 65{,}733$ ist
$\beta b = 72{,}033 - 65{,}733 = 6{,}3$ Graden.

4.) Die Rectifikationslänge des Drehkreises $AS\ldots$ ist $= 6{,}28 . R$

Z. E. $6{,}28 . 9 = 56{,}52$ Fußen.

Also ist nach der Proportion

$$360^\circ : 6{,}3^\circ = 6{,}28\,R : B$$

des Wasserbogens βb Rektifikationslänge

$$B = \frac{6{,}3 . 6{,}28 . R}{360} \text{ Fußen.}$$

Z. E. Für $6{,}28 . R = 56{,}52$ Fußen (vor. Beispiel) ist

$$B = \frac{6{,}3 . 56{,}52}{360} = \frac{156{,}076}{360}$$
$$= 0{,}9891 \text{ Fußen.}$$

Bemerkung. Die Wasserhöhe βv oder h' der Wasserestmenge rM ist (nach §. 21. b)) $= 0{,}922$ und die Rectivikationslänge des Wasserbogens $\beta b = B$ ist $0{,}9891$, also ist der Unterschied
$B - h'$ nur $= 0{,}9891 - 0{,}922$
$= 0{,}0671$ Fußen
$= 6{,}71$ Linien.

§. 29.

1.) Man denke sich nun die lothrechte Höhe βv oder h' der in das Rad einfließenden Wasserrestmenge rM (z. E. $= 15{,}5$ Cubikfußen, §. 21. a)) in eine unbestimmbar große Zahl n von gleichen Theilen getheilt, von welchen jeder Theil $t = \frac{1}{n} h'$ Fußen ist. — Durch die Theilpunkte der βv denke man sich

2.) horizontale und parallele Linie gezogen, welche alle der Gerinnbodenlinie A K parallel laufen, und auch gehörig bis in den Wasserbogen βb verlängert, diesen Bogen B in n sehr kleine Theilchen spalten, die hier wegen ihrer außerordentlichen Kleinheit alle als gleich lang angenommen werden können, und von welchen jeder $= \frac{1}{n} . B$ ist.

3.) Durch die Theilpunkte der βv und des βb und die vorerwähnten Linien denke man sich horizontale und parallele Ebenen im Wasser gelegt, von welchen jede die Breite l des Gerinnes und vom Bogen βb an eine der Wassergeschwindigkeit C gleiche Länge (z. E. eine Länge C = 6 Fußen) hat.

4.) Dadurch wird der in einer Sekunde sich in das Rad einschiebender Wasserkörper, dessen körperlicher Inhalt $^{r}M = C . l . h'$ Cubikfußen (z. E. $= 6 . 2{,}8 . 0{,}922 = 15{,}5$ Cubikfußen, §. 21.$^{b)}$) ist, in eine unbestimmbar große Zahl n unbestimmbar dünner Wasserschichten S zerlegt, und es ist jeder Wasserschicht Länge $=$ C, Breite $=$ l und Dicke $= \frac{1}{n} h'$ Fußen, also ihr körperlicher Inhalt S $= C . l . \frac{1}{n} h'$ Cubikfußen (z. E. $= 6 . 2{,}8 . \frac{1}{n} . 0{,}922 = 16{,}8 . \frac{1}{n} . 0{,}922$ Cubikfußen).

5.) Man bestimme nun die Einflußzeit ^{e}z, welche nach Maaßgabe der Radgeschwindigkeit c verstreicht, während die Oberkante der Vorderschaufel der von β bis b heruntergehenden Schöpfzelle ein Theilchen $\frac{1}{n}$. B des Wasserbogens βb $=$ B durchstreicht. — Nach §. 27 ist für die Radgeschwindigkeit c die zum Durchstreifen des ganzen Bogens βb $=$ B gehörende Zeit

$$^{e}Z = \frac{B}{c} \text{ Sekunden;}$$

also gehört zum Durchstreichen eines jeden der n außerordentlich kleinen Theilchen, worein wir uns den Bogen β b = 𝔅 eingetheilt denken, (vor. Nr. 2.) eine Zeit

$$ez = \frac{1}{n} \cdot eZ = \frac{1}{n} \cdot \frac{𝔅}{c} \text{ Sekunden.}$$

Z. B. Für 𝔅 = 0,988 und c = 6 Fußen ist

$$eZ = \frac{𝔅}{c} = \frac{0{,}988}{6} = 0{,}1646 \ldots \text{ Sekunden}$$

und also

$$ez = \frac{1}{n} \cdot eZ = \frac{1}{n} \cdot 0{,}1646 \text{ Sekunden.}$$

6.) Da, von oben bei β heruntergezählt, die Zeittheilchen ez und Bogenwege $\frac{1}{n} \cdot \frac{𝔅}{c}$ gleich groß sind:

1.) alle die Zeittheilchen ez^1, ez^2, ez^3, ꝛc. der eZ,

2.) alle zugehörenden Bogentheilchen $\frac{1}{n}𝔅^1$, $\frac{1}{n}𝔅^2$, $\frac{1}{n}𝔅^3$, ꝛc. des 𝔅',

3.) alle zugehörenden Wasserschichten S^1, S^2, S^3, ꝛc. der rM,

4.) die mittleren Geschwindigkeiten C, mit welchen diese Schichten horizontal vorwärts rücken und Wassermengen m^1, m^2, m^3, ꝛc. in die von β aus im Bogen βb oder b abwärtsgehende Schöpfzelle einströmen lassen; so folgt, „daß auch alle „die Wassermengen m^1, m^2, ꝛc. gleich groß seyn „müßen. Wenn also in der Zeit ez^1 die Oberkante „β der Vorderschaufel der Schöpfzelle die Bogen $\frac{1}{n}𝔅^1$ „durchstreift und von der Schicht S^1 eine gewisse „Wassermenge m^1 in die Zelle einfließen läßt und „dann dieselbe Kante im folgendeu Zeittheilchen ez^2 „den Bogen $\frac{1}{n}𝔅^2$ durchstreicht, und auch von der „Schichte S^2 eine Wassermenge m^2 in sich auf„nimmt, so ist $m^2 = m^1$; und so sind auch die

„von der Schichten S^3, S^4 ꝛc. in einzelnen Zeit„theilchen in die Zelle kommenden Wassermengen „m^3, m^4 ꝛc. alle $= m^1$, daher wir diese nun durch„aus blos durch m bezeichnen.“

§. 30.

1.) Indem die Zelle in der Zeit $e_3{}^1$ die Schicht S^1 durchstreicht, rückt diese mit ihrer Geschwindigkeit C horizontal vorwärts und läßt in diesem ersten Zeittheilchen eine Menge m in die Zelle laufen, das übrige Wasser aber fließt alles auswendig an der Schöpfschaufel in untere Zellen ab.

2.) Indem weiter die Zelle in der Zeit $e_3{}^2$ die Schichte S^2 durchstreicht, rückt die S^1 noch weiter vorwärts und läßt in diesem zweiten Zeittheilchen eine 2te Wassermenge m in die Zelle, die Schicht S^2 aber rückt hier erst nur einmal vorwärts und giebt nur eine Wassermenge in die Zelle. „Es hat also in den zweien Zeittheilchen $e_3{}^1$ und $e_3{}^2$ die Zelle $2 + 1$ oder 3m empfangen.

3.) Indem weiter die Zelle in der Zeit $e_3{}^3$ die Schicht S^3 durchstreicht, rückt die S^1 noch weiter vorwärts und giebt in diesen Zeittheilchen wieder eine m in die Zelle ab, hat also um in den drei Zeittheilchen $e_3{}^1$, $e_3{}^2$, $e_3{}^3$ schon 3m in die Zelle abgegeben; die Schicht S^2 rückt in den Zeittheilchen $e_3{}^3$ ebenfalls weiter vorwärts und giebt in diesem Zeittheilchen noch eine m ab, hat also nun in den dreien Zeittheilchen $e_3{}^1$, $e_3{}^2$, $e_3{}^3$ schon 2m in die Zelle abgegeben; die Schicht S^3 aber rückt in dem Zeittheilchen $e_3{}^3$ nur erst zum ersten Male vorwärts und giebt eine m in die Zelle ab. „Es hat also in den dreien Zeittheilchen $e_3{}^1$, $e_3{}^2$, $e_3{}^3$ die Zelle $3 + 2 + 1$ oder 6m empfangen.“

4.) So geht die Ladung der Zelle, indem sie den Wasserbogen βb oder B durchstreicht, fort, bis alle n Schichten S^1, S^2, S^3, ... S^n durchstrichen sind, die

Schöpfzelle bis b herunter gekommen zu einer Sperrungszelle geworden ist, und nun kein Wasser mehr von der rM auswendig an ihrer Vorderschaufel in untere Zellen einfließen läßt, sondern alles, was sie noch von der rM in ihrem weitern Fortgange bis b erhalten kann, in sich aufnimmt (wenn sie geräumig genug ist --). Die vorige Darstellung giebt folgende Tabelle:

In n Zeittheilchen e_3	gibt die Schicht S^1 ab	n . m,
= (n - 1) = = =	= = = S^2 =	(n — 1) . m,
= (n—2) = = =	= = = S^3 =	(n—2) . m,
= (n—3) = = =	= = = S^4 =	(n—3) . m,
= (n—4) = = =	= = = S^5 =.	(n—4) . m;
. . . . . .	. . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . .	. . . . .
. . . . . .	. . . .	. . . . .
in 3 Zeittheilchen e_3	gibt die Schicht $S^{(n-2)}$	3 . m,
= 2 = = = =	= = = $S^{(n-1)}$	2 . m,
= 1 = = = =	= = = S^n	1 . m.
In den n Zeitth. e_3	geben die n Schichten	die Sa S

$$= [n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + (n-4) + ... + 3 + 2 + 1] \, m$$

$$= \frac{n}{2} (n + 1) . m \text{ (Arithmet.)}$$

wofür man, weil n eine so unbestimmbar große Zahl seyn soll, daß der Unterschied zwischen n + 1 und n fast für nichts zu achten ist, auch setzen kann:

$$S = \tfrac{1}{2} . n . n . m = \tfrac{1}{2} . n^2 . m$$

§. 31.

Wie groß aber ist hier m und also S?

1.) Nach §. 29, Nr. 4 ist der körperliche In=

halt einer jeden der n Schichten S^1, S^2, S^3 ... der Wassermasse rM eine Größe

$$S = C . l . \frac{1}{n} h' \text{ Cubikfußen,}$$

und eine solche Schicht würde in 1 Sekunde bei ihrer Geschwindigkeit C (z. E. = 6 Fußen) um C Fuße horizontal vorwärts in das Rad hinein rücken, wenn ihr die Vorderschaufel der Schöpfzelle eine ganze Sekunde hindurch den Einfluß gestattete.

2.) Diese Schaufel braucht, um der Schichte, deren Dicke $= \frac{1}{n} h'$ ist, den Einfluß in die Zelle für die ganze Dicke $\frac{1}{n} h'$ und den Wasserbogentheil $\frac{1}{n}$ B zu eröffnen, eine Zeit ez $= \frac{1}{n} . \frac{B}{c}$ Sekunden (§. 29, Nr. 5.); es würde also in einer Sekunde die Wassermenge $S = C . l . \frac{1}{n}$ h' Cubikfußen in die Schöpfzelle einfließen, wenn diese Einflußraum gäbe, da sie aber nur in der Zeit ez $= \frac{1}{n} . \frac{B}{c}$ der S eine Einflußöffnung gewährt, deren Bogenhöhe $= \frac{1}{n}$ B ist, so muß in dieser Zeit ez nur ein ihr und der Zeit von einer Sekunde proportionirter Theil m von der $S = C . l . \frac{1}{n} h'$ in die Zelle einfließen. Das giebt die Proportionsfrage:

„Die Zeit von einer ganzen Sekunde gäbe „eine Einflußmenge $C . l . \frac{1}{n} h'$, was giebt also „die Zeit ez $= \frac{1}{n} . \frac{B}{c}$ Sekunden?

Diese Frage giebt die Proportion:

$$1 \text{ Sek.} : \frac{1}{n} . \frac{B}{c} \text{ Sekunden} = C . l . \frac{1}{n} h' \text{ Cubikf.} : m$$

Cubikfußen Wasser, woraus folgt:

$$m = \frac{1}{n} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \times C \cdot l \cdot \frac{1}{n} h'$$

$$= \frac{1}{n^2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot h'$$ Cubikfußen Wasser.

2.) Es war nach §. 30, Nr. 4. die in der $^{e}\mathfrak{Z}$, in welcher die Schöpfzelle in ihrem Gange durch den Wasserbogen βb oder $\mathfrak{B}$ hindurch Wasser von der ^{r}M in sich einschöpft, eine Einflußsumme

$$S = \tfrac{1}{2} \cdot n^2 \cdot m$$ Cubikfußen.

Diese muß nun, weil $m = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot h'$ Cubikfußen gefunden worden ist, eine Größe

$$S = \tfrac{1}{2} \cdot n^2 \times \frac{1}{n^2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot h'$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot h'$$ Cubikfußen seyn.

§. 32.

1.) Diese Größe S ist die von uns zu suchen verlangte Wasserbogenmenge ^{wb}M, welche die Schöpfzelle in ihrem Durchgange durch den Wasserbogen βb oder $\mathfrak{B}$ in sich bei der Wassergeschwindigkeit C und Radgeschwindigkeit c in sich aufnehmen muß, von der Wassermenge ^{r}M. Man hat also

$$^{wb}M = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot h'$$ Cubikfußen.

2.) Darin ist $h' = \frac{^{r}M}{C \cdot l}$ (§. 21. b)) und man kann also auch

$$^{wb}M = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{C}{c} \cdot l \cdot \mathfrak{B} \cdot \frac{^{r}M}{C \cdot l}$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot {}^{r}M = \tfrac{1}{2} \cdot {}^{e}\mathfrak{Z} \cdot {}^{r}M$$

(§. 29, Nr. 5.) setzen. — Diese Formel giebt Folgendes:

A.) Je größer die Wasserrestmenge $^{r}M = C \cdot l \cdot h'$, je größer also bei einerlei Gerinnweite l und Wasserhöhe h' die Wassergeschwindigkeit C ist, desto größer ist die Wasserbogenmenge ^{wb}M, NB. bei einerlei c.

B.) Je größer die Länge $\mathfrak{B}$ des Wasserbogens βb ist, welche nach §. 28, Nr. 4. bei einerlei Winkel βCb (dort = 6,3 Graden) mit dem Halbmesser $C\beta$ oder R wächst, desto größer ist bei einerlei ^{r}M und c die Größe ^{wb}M, denn desto länger hält sich die Schöpfzelle in ihrem Wege von β bis b auf.

C.) Je größer bei einerlei ^{r}M und $\mathfrak{B}$ die Radgeschwindigkeit c ist, desto kleiner wird die Wassermenge ^{wb}M, denn desto geschwinder geht die Schöpfzelle durch den Wasserbogen βb oder $\mathfrak{B}$ und desto kleiner wird also die Einflußzeit

$$^{e}\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{B}}{c} \text{ Sekunden.}$$

6.) Von der Wasserbogenrestmenge ^{wbr}M (§. 11. Nr. 6.)

§. 33.

Der von β bis b heruntergehende Zelle bac geht, wenn die Wasserhöhe βv groß genug ist, ein Theil $\mathfrak{A}$ von der ^{wb}M dadurch ab, daß über ihr eine Zelle $b'a'c$ bei β in das Wasser eintritt und etwas Wasser in sich schöpft, indem sie, die $b'a'c'$, durch den Theil $\beta b = B$ des Wasserbogens βb oder $\mathfrak{B}$ hindurch geht. Es kommt also von der ganzen Wasserbogenmenge ^{wb}M nur ein Resttheil $= {}^{wb}M - \mathfrak{A}$ Cubikfußen in die von β bis b heruntergehende Zelle abc, und diesen haben wir Wasserbogenrestmenge genennt und durch ^{wbr}M bezeichnet.

§. 34.

Wie groß ist der Theil ${}^{wbr}M$?

1.) Für einen Bogenweg βb oder $\mathfrak{B}$ einer Zelle, welcher in einer Zeit ${}^{e}\mathfrak{Z} = \frac{\mathfrak{B}}{c}$ durchlaufen wird, haben wir in §. 31. und 32. die c Wasserbogenmenge ${}^{wb}M$, die in dieser Zeit ${}^{e}\mathfrak{Z}$ in eine durch diesen Weg hindurchstreichende Zelle abc von der ${}^{r}M$ einströmen müßte, falls über der abc kein Wasser hinweggeschöpft würde, die Gleichung

$$ {}^{wb}M = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c}\, {}^{r}M = \tfrac{1}{2} \cdot {}^{e}\mathfrak{Z} \cdot {}^{r}M $$

gefunden.

2.) Nach dieser muß für einen Bogenweg $\beta b = B$ einer von β bis b' gehenden Zelle b'a'c', welcher in einer Zeit ${}^{e}\mathfrak{Z}' = \frac{B}{c}$ durchlaufen wird, die Wassermenge, die von der ${}^{r}M$ in die b'a'c' kommt, die Größe

$$ \mathfrak{A} = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{B}{c} \cdot {}^{r}M = \tfrac{1}{2} \cdot {}^{e}\mathfrak{Z}' \cdot {}^{r}M $$

seyn.

3.) Diese Abgangsmenge $\mathfrak{A}$ von der ${}^{wb}M$ abgezogen, giebt die vorgenannte Wassermenge

$$ {}^{wbr}M = {}^{wb}M - \mathfrak{A} = \tfrac{1}{2}\, \frac{\mathfrak{B}}{c}\, {}^{r}M - \tfrac{1}{2} \cdot \frac{B}{c} \cdot {}^{r}M $$
$$ = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B} - B}{c} \cdot {}^{r}M = \tfrac{1}{2}\, ({}^{e}\mathfrak{Z} - {}^{e}\mathfrak{Z}') \cdot {}^{r}M $$

4.) Darin ist $\mathfrak{B} - B$ oder $\beta b - \beta b'$ der Theilbogen b'b des äußeren Radkreises, den wir durch $\mathfrak{B}'$ bezeichnen und der für den Halbmesser $C\beta = R$ und die Zellenzahl N eine Größe

$$ \mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \cdot R}{N} \text{ Fußen ist.} $$

Demnach hat man für die dem Bogenwege b'b oder $\mathfrak{B}' = \mathfrak{B} - B$ zugehörende Wassermenge

$$\text{wbrM} = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B} - B}{c} \cdot \text{rM} = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot \text{rM}$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{6{,}28 \cdot R}{c\,N} \cdot \text{rM}$$ Cubikfußen.

Z. B. Für $R = 9$, $c = 6$ Fußen, $\text{rM} = 15{,}5$ Cubikfußen (§. 21, a.) und $N = 80$ Zellen ist

$$\text{wbrM} = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{6{,}28 \cdot 9}{6 \cdot 80} \cdot 15{,}5$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{56{,}52}{6 \cdot 80} \cdot 15{,}5$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{0{,}706}{6} \cdot 15{,}5$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}117 \cdot 15{,}5$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}813 = 0{,}906$$ Cubikfußen.

*) Nach §. 32, Nr. 2. findet man die $\text{wbM} = 1{,}27$ Cubikfußen, da nun hier $\text{wbrM} = 0{,}906$ Cubikfußen ist, so hat man $\text{wbrM} = \text{wbM} - \mathfrak{A} = 0{,}906 = 1{,}27 - \mathfrak{A}$, also $\mathfrak{A} = 1{,}27 - 0{,}906 = 0{,}364$ Cubikfußen; so viel fängt also bei einer $c = 6$ Fußen die über der a b c gehende Zelle ä′ b′ c′ Wasser in sich ein, indem die a b c von β bis b und die a′ b′ c′ von β bis b′ heruntergeht; es enthält demnach die in b angekommene Zelle a b c nur 0,906 Cubikfußen Wasser von der wbM in sich.

5.) Wenn die Wasserhöhe β v oder h′ nicht so groß ist, daß, indem eine Schöpfzelle durch den Wasserbogen hindurch geht und bei K zu einer Sperrungszelle abc wird noch eine zweite über der abc laufenden Zelle a′ b′ c′ in das Wasser einstehen und der abc in ihrem Abwärtsgange einen Abbruch $\mathfrak{A}$ an Einflußwasser thun kann, so ist der bei K angekommenen Schöpfzelle abc Wasserladung

$$\text{wbrM} = \text{wbM} - \mathfrak{A} = \text{wbM} - 0 = \text{wbM}.$$

7.) Von der Kropfbogenmenge ^{kb}M.
(§. 11. Nr. 7.)

35.

Wenn die von β bis b heruntergekommene und bei K zu einer Sperrungszelle gewordene Zelle bac, die nun die Wassermasse ^{wbr}M in sich hat, noch weiter von b aus abwärts geht um einen ganzen Theilbogen bb = bb′ oder $\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28\,R}{N}$ des Kreises AS...., so läßt sie nun kein Wasser mehr außen an ihrer Vorderschaufel in untere Zellen abfließen, sie nimmt von b bis b alles Wasser, was ihr zukommen kann, in sich ein, bei b aber ist das Ende ihrer Wasserladung erreicht, sie muß da zu einer Endladungszelle abc geworden seyn, weil, wenn sie in b angekommen ist, über ihr eine zweite Sperrungszelle bac in b angekommen seyn muß, die ihr den weiteren Wasserzufluß versperrt oder abschneidet. Diejenige Wassermenge nun, welche noch zu der Ladung ^{wbr}M der Zelle abc hinzukommt, während die abc von b bis b abwärts geht und in b das Ende ihrer ganzen möglichen Wasserladung gL erreicht, haben wir die Kropfbogenwassermenge genennt und durch ^{kb}M bezeichnet.

§. 36.

Wie groß ist diese ^{kb}M?

1.) Der Bogen bb ist $= bb' = \frac{6{,}28\,R}{N}$ Fußen und die Zeit $^{e}Z''$, welche verfließt, indem ein Bogen bb = bb = $\mathfrak{B}'$ Fußen bei der Radgeschwindigkeit c von einer Oberkante einer Zelle durchstrichen wird, muß die Größe

$$^{e}Z'' = \frac{\mathfrak{B}'}{c} = \frac{6{,}28\,R}{N.c} \text{ seyn.}$$

2.) In dieser Zeit, in welcher die Sperrungszelle abc durch ihren Gang von b bis b zu einer Endladungszelle abc und die Schöpfzelle b′a′c′ durch ihren Gang, von b′ bis b zu einer neuen Sperrungszelle wird, fließt dem Rade von der ^{r}M eine Wassermenge

$$M^{*} = {}^{e}Z'' \cdot {}^{r}M = \frac{\mathfrak{B}'}{c} \cdot {}^{r}M \; \frac{6{,}28 \cdot R}{N \cdot c} \; {}^{r}M$$

Cubikfußen zu (nach der Proportion

$$1 \text{ Sec.} : {}^{e}Z'' \text{ Sec.} = {}^{r}M : M^{*})$$

„Diese M^{*} ist dem doppelten Werthe der in §. 35, „Nr. 4. berechneten Wassermenge $^{vbr}M = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}'}{c}\,{}^{r}M$ gleich, „welche die von b nach b heruntergehende Zelle abc schon „in sich hat, wenn sie in b angekommen ist.“

3.) Diese

$$M^{*} = 2 \cdot {}^{wbr}M = \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^{r}M}{c} = \frac{1}{c} \cdot \frac{6{,}28 \cdot R}{N}\,{}^{r}M$$

fließt aber während des Ganges der Sperrungszelle abc von b bis b herunter nicht ganz in diese Zelle hinein zu der bereits schon in ihr vorhandenen Ladung ^{wbr}M; die abc läßt zwar nichts von der M^{*} an der Außenfläche der Vorderschaufel ab herunter laufen, dagegen aber wird ihr eine gewisse Wassermenge M^{**} von der gegen den Bogen b′b hinströmenden und zum Theile über K herunterstürzenden M^{*} durch die von b bis b herunter gehende und endlich in b zu einer neuen Sperrungszelle abc werdenden Zelle bac entzogen und es kommt also von der M^{*} nur der Theil $M^{*} = M^{**}$ zu der von b bis b heruntergehenden und schon mit einer Wassermenge ^{wbr}M beladenen Zelle abc hinzu.

4.) Wie viel beträgt hier die M^{**}?

Eine durch den Bogenweg $b'b = \mathfrak{B}'$ heruntergehende Zelle bac muß, wie vorhin die bac in einer Zeit $\frac{\mathfrak{B}'}{c} = {}^{e}Z''$

$= {}^{e}Z''$ eine Wassermenge ${}^{wbr}M = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}'}{e} \cdot {}^{r}M$ in sich auffangen (§. 35.); also ist $M^{**} = \frac{1}{2}\ {}^{wbr}M$.

5.) Demnach kommt von der Wassermenge M^*, die während des Ganges der bac in die Lage abc in der Zeit ${}^{e}Z'' = \frac{\mathfrak{B}'}{c} = {}^{e}Z'$ dem Rade zufließt, in diese Zelle bac noch eine Wassermenge

$$M^* - M^{**} = \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot {}^{r}M - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot {}^{r}M = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot {}^{r}M\ {}^{wbr}M$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{6{,}28 \cdot R \cdot {}^{r}M}{c \cdot N} \text{ Cubikfußen Wasser}$$

zu derjenigen ${}^{wbr}M$ hinzu, die sich schon, als die bac Zelle von β bis b herunter gekommen war, in ihr angesammelt haben mußte, und diese Wassermenge $M^* - M^{**}$ ist die zu suchen verlangte Kropfbogenmenge

$${}^{kb}M = {}^{wbr}M = \frac{1}{2}\ \frac{6{,}28 \cdot R \cdot {}^{r}M}{c \cdot N} \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

6.) „Es ist also, wenn, wie bisher angenommen wor„den ist, „„die Wasserhöhe βv oder k′ entweder über „„das Endpunkt b′ eines von h aus aufwärts getragenen „„Zellenbogens bb′ $= \frac{360}{N}$ Graden $= \frac{6{,}28 \cdot R}{N}$ Fußen „„hinaus oder wenigstens bis in dieses Endpunkt b′ „„hinein geht, allemal die Kropfbogenmenge ${}^{kb}M$ „der Wasserbogenrestmenge ${}^{wbr}M$ gleich.“

Bemerkung. Da wir annehmen, daß die Wasserhöhe βv oder h′ die gewöhnlichste sey, und wir für diese allein die Rechnungen zu führen haben, so übergehen wir hier die Betrachtungen für den Fall, „daß die Wasserhöhe βv unter der „Stelle b′ stehe.“

8.) Von der ganzen Ladung $g\mathfrak{L}$ der abc. (§. 11, Nr. 8.)

§. 37.

1.) Die Zelle abc kommt von oben herunter schon in b mit einer Ladung $= {}^{wbr}M$ Cubikfußen Wasser an (§. 34 ꝛc.); in ihrem Gange durch den Kropfbogen bb erhält sie aber noch eine Ladung $= {}^{wbr}M$ zu der vorigen hinzu (vor. §.), also muß, nachdem sie die Lage abc angenommen hat, in welcher das Ende ihrer ganzen Ladung $g\mathfrak{L}$ Statt findet, sie also zu einer Endladungszelle geworden ist (weil sich nun über ihr eine neue Sperrungszelle befindet), ihre ganze Ladung

$$g\mathfrak{L} = {}^{wbr}M + {}^{wbr}M = 2 \,.\, {}^{wbr}M = 2 \,.\, \tfrac{1}{2} \frac{\mathfrak{B}'}{c} {}^{r'}M$$

$$= 2 \,.\, \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{6{,}28 \,.\, R \,.\, {}^{r}M}{c \,.\, N} = \frac{6{,}28 \,.\, R \,.}{c \,.\, N} {}^{r}M$$

Cubikfußen Wasser seyn.

2.) Diese wird desto kleiner und also der nothwendigen Verhinderung des Ablaufens des Wassers der Zelle abc über ihre Hinterschaufel ac hinweg desto angemessener „je größer man bei einerlei R und N die Rad„geschwindigkeit c nimmt.

3.) Beispiele:

a.) Für R = 9 Fußen und N = 80 Zellen, also für $\frac{6{,}28 \,.\, R}{N}$ oder bb = bb′ ꝛc. oder $\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \,.\, 9}{80}$ $= \frac{56{,}52}{80} = 0{,}7065$ Fußen, und ferner für c = 6 Fußen und ${}^{r}M = 15{,}5$ Cubikfußen ist

$$g\mathfrak{L} = \frac{0{,}7065}{6} \,.\, 15{,}5 = 0{,}117 \,.\, 15{,}5$$

$$= 1{,}813 \text{ Cubikfußen.}$$

Bemerkung. Bei der Radgeschwindigkeit c = 6 Fußen giebt die Radperipherie, nämlich 6,28 . 9 = 56,52 Fußen, eine Umdrehungszeit $^{u}Z = \frac{56,52}{6}$ = 9,42 Sekunden; (nach der Proportionsfrage, 6 Fuße Bogenlänge erfordern 1 Sekunde Zeit, was erfordern die 56,52 Fuße der ganzen Radperipherie?). Wenn aber 9,42 Sek. eine Radumdrehung geben, so geben die 60 Sekunden einer Minute $\frac{60}{9,42}$ oder 6,37 Umdrehungen in einer Minute. Das ist eine geringe c, da man die Räder 9, 10 mal und gar auch noch viel öfter in einer Minute herumlaufen läßt. — Setzt man, es solle das Rad in einer Minute oder 60 Sekunden 10 Male herumgehen, so kommen auf eine Radumdrehung (nach der Proportion

10 Umdr. : 1 Umdreh. = 60 Sek. : x)

6 Sekunden. Diese Umdrehungszeit ^{u}Z mit der Radperipherie = 6,28 . 9 = 56,52 Fußen zusammengenommen, giebt die Radgeschwindigkeit c = $\frac{56,52}{6}$ = 9,42 Fußen (nach der Proportionsfrage: in 6 Sekunden sollen 56,52 Fuße Radperipherie durchlaufen werden, wie viele Fuße dieser Peripherie müssen in 1 Sekunde durchlaufen werden?). — Man setze nun in dem folgenden Beispiele c = 9,42 Fußen!

b.) Für R = 9 und N = 80 Zellen ist ein Eintheilungsbogen bb = bb oder B′ = 0,7065 Fußen (vor. Beispiel); setzt man nun die Radgeschwindigkeit c = 9,42 Fußen (vor. Bemerk.) so hat man der Zelle abc ganze Ladung

$$g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{B}'}{c} \cdot {}^{r}M = \frac{0{,}7065}{9{,}42} \cdot 15{,}5$$
$$= 1{,}1675 \text{ Cub. Fußen}$$

(welche Ladung der Geräumigkeit, die man den Zellen nach denjenigen Regeln, die wir künftig angeben werden, zu geben hat, weit geschickter ist.)

9.) Von den Breiten b und b′ der Zellenschaufeln **ba** und **ac** und dem Stellungswinkel **bac** = bac ꝛc. dieser Schaufeln gegen einander (§. 11, Nr. 9.)

A.) Von der Breite der Vorderschaufeln.

§. 38.

Wenn man die Breite ba = **ba** ꝛc. oder b der Vorderschaufel einer Zelle abc möglichst groß nimmt, so gewinnt man dadurch Folgendes:

a.) steht der Spiegel des Ladungswassers der ersten bis zum Ende ihrer Ladung geladenen Zelle **abc** nicht zu wenig tief unter der Stelle b und es fängt also die **abc** in ihrem bei der Radumdrehung Statt habenden Abwärtsgange im Drehkreise ... A S ... später an, Theile von ihrem Ladungswasser in das Kropfgerinn einfallen zu lassen, als dieses seyn muß, wenn die Breite **ba** oder b etwas kleiner genommen worden ist;

b.) kommt auch die Schaufel **ba** in ihrem Abwärtsgange später in eine horizontale Lage, bei welcher sie schon viel Ladungswasser ausgeschüttet haben muß.

§. 39.

Zur Erleichterung der über die Sackräder anzustellenden Berechnungen fängt man die Eintheilung des Theil-

kreises τT ... von dem lothrechten Halbmesser Sτ = R* an und geht dabei aufwärts gegen die horizontale obere Bodenlinie AK.... des Gerinnes hin. Dabei erhält man unter dieser Linie AK... ein Zellenscheitelpunkt a, über welchem ein Punkt a′ folgt, »welches entweder in »der Linie AK... selbst, oder zunächst unter dieser »Linie liegen muß.« Aus diesem unter dem a′ liegenden Punkte a ziehe man in diejenige Stelle b, in welcher der Drehkreis AS.... der Obertheile der Vorderschaufeln des Rades von der Linie AK.... durchschnitten wird, eine gerade Linie, so erhält man diejenige Breite ab oder b für die Vorderschaufeln des Rades, »welche für die »anzustellenden Berechnungen der Kraft P des Rades die »geschickteste ist und auch rücksichtlich der in §. 38, Nr. a »und b angestellten Betrachtungen nicht als untauglich erklärt »werden kann.« — Zeichnungsproben für verschiedene Wassergefälle und Räder und die von uns vorgeschriebene Bestimmungsweise der Zellenzahl N werden dem Leser hierüber nähere Belehrungen gewähren. — Zu schmale Vorderschaufeln geben zu enge Säcke und zu breite Vorderschaufeln geben Wasserladungen, die zu nahe am lothrechten Halbmesser cS des Rades liegen und zu kleine Kraftmomente gewähren.

§. 40.

1.) Wenn das Theilpunkt a′ in die Linie AK... selbst hineinfällt und also das Punkt a nur um einen Bogen des Theilkreises ...τT... unterhalb der AK... liegt, welcher Bogen nach unserer Eintheilungsmethode beiläufig eine Länge von 0,65 Fußen enthält (§. 8.), so wird die Schaufelbreite ab oder b, wie Messungsproben zeigen, beiläufig 1,1 Fuß groß (NB. in unserem Radrisse —).

2.) Läge das Punkt a′ in der Linie AK... und

man wollte die Schaufelbreite b nicht für das erste unter diesem Punkte a' liegende Punkt a, sondern für das zweite unter a' liegende Punkt a nehmen, so würde man eine Breite b erhalten, die, wie Messungsproben zeigen, beiläufig 1,7 Fuße enthielt.

3.) Bei uns liegt a' etwas unter der Linie A K... und es ist da, wie die Messung zeigt, die Breite ab der Vorderschaufel beiläufig = 1,3 Fußen oder 1 Fuß und 3 $\frac{3}{5}$ Werkzollen.

§. 41.

Hat man die Breite b bestimmt, so nimmt man sie genauest zwischen die Schenkelspitzen eines Zirkels, setzt diesen mit der einen Spitze in die Punkte 0, 1, 2, 3.... des Theilkreises ein, und durchschneidet vermittelst der andern Spitze die äußere Kante S A ... des Radkranzes, wodurch man in dieser Schnittpunkte 0, 1, 2, 3.... erhält. Diese zieht man auf der Kranzebene durch gerade Linien 0..0, 1..1, 2..2, 3...3 ꝛc. zusammen, welche die Längen und Lagen der Vorderschaufeln der Zellen anzeigen. Dabei müssen die Bögen 1..0, 2..1, 3...2 ꝛc. in der Kante des Radkranzes gleich lang werden, etwa eine Länge von 0,7 Fußen erhalten. (§. 8. ꝛc.)

§. 42.

Die Breite ab oder b giebt die von 0 an aufwärts gezählte Schaufel, welche im Gange des Rades zuerst horizontal zu liegen kömmt. Man ziehe durch die Kranzpunkte ... 4, 5, 6 horizontale Linien, unter diesen wird sich eine zeigen, die zunächst unter einer Vorderschaufel liegt, woraus folgt ꝛc., das ist bei uns in 5...5 der Fall, also ꝛc.

§. 43.

Die Linien für die Dicken der Vorderschaufeln zieht man mit den Linien 1...1, 2...2, 3...3 ꝛc. gleichlaufend

unterhalb der letztgenannten Linien, wie bei ab durch eine unter dieser punktirte Parallellinie angezeigt ist. Vorn bei b werden die Seitenflächen der Schaufeln schief abwärts nach der Richtung des Bodenspielraumes zugeschnitten.

§. 44.

Man pflegt die Schaufeln in Nuthen, die man in die Radkränze einmeisselt, einzuschieben, das aber ist eine ganz unnütze und beschwerliche Arbeit, wie aus Folgendem erhellet:

a) Es wird dadurch das Holz der Radkränze unnöthig geschwächt;

b) an denjenigen Stellen, wo Fugen der Radkränze liegen, entstehen bei dem Einmeisseln der Nuthen unhaltbare Holzspitzen, und, wenn diese losspringen, Löcher;

c) man muß viele Zeit auf das Einmeisseln und Ausschärfen der Nuthen verwenden, die man zum Theile ersparen kann;

d) man muß bei der Herrichtung der Radkränze und der Anlegung derselben an die Wellenärme auf eine mühsame Weise Achtung geben, „daß die Nuthen „genauest einander gegenüber zu liegen kommen, „weil, wenn das nicht ist, die Schaufeln nicht in „sie eingeschoben werden können.“

§. 45.

Deswegen soll man unsere Methode für das Einschieben und Befestigen der Schaufeln zwischen die Radkränze anwenden, wie hier folgt:

1.) Man theilt nur die Innenfläche eines einzigen von den Radkränzen durch Richtungslinien 0...0, 1...1,

2...2, 3...3 ꝛc. und die darunter gezogene Parallellinien (§. 41. und 42.) ein.

2.) Nach den Richtungen der Parallellinien nagelt man unter diesen $1\frac{1}{2}$ Zoll breite und $\frac{5}{4}$ Zolle dicke Leisten aus Eichenholz als Lagerhölzer für die Schaufeln fest auf, während der Kranz noch auf dem Radstuhle liegt (dabei besorgt man auch zugleich das Aufnageln der Lagerhölzer für die Hinterschaufeln, von deren Lage in der Folge erst gesprochen werden wird.)

3.) Sind die beiden Kränze aufgerichtet, so schiebt man die Schaufeln nach den Lagerhölzern der Innenfläche des einen Kranzes in sie ein, so, daß jede Schaufel richtig liegt, heftet dann auch am anderen Kranze die Lagerhölzer fest, und nagelt hernach die Schaufeln durch $3\frac{1}{2}$ Zoll lange Nägel zwischen den Kränzen fest. Die Nagellöcher werden gegen die Kränze so schief vorgebohrt, daß jeder Nagel durch die Schaufel und das Lagerholz gehend auch noch etwas in das Kranzholz eingreift.

4.) Die Schaufeleinziehung wird nicht nach der Reihe fort, sondern abwechselnd in einander diometralisch entgegengesetzten Seiten vorgenommen, um Verziehungen der Radkränze zu vermeiden.

5.) Das Rad muß möglichst rein gearbeitet seyn, daß keine Fuge wahrgenommen werden kann.

B.) Von dem Stellungswinkel bac = bac ꝛc. oder w einer Hinterschaufel gegen eine Vorderschaufel, der Breite b′ einer Hinterschaufel ꝛc. (§. 11, Nr. 9.)

§. 46.

Man pflegt die Hinterschaufeln nach den Richtungen der in die Scheitelpunkte a, a, a′ ꝛc. gezogenen Radien des Theilkreises, wie z. E. Ca ein solcher

Radius ist, gegen die Vorderschaufeln zu stellen, und sie bis an den innern Kreis S s der Radkränze aufsteigen zu lassen, wie z. B. bei a c′ zu sehen, und wo der Winkel b a c′ oder w ein stumpfer Winkel ist.

§. 47.

Man pflegt auch die Hinterschaufeln unter rechten Winkeln b a c, b a c ꝛc. gegen die Vorderschaufeln zu stellen.

§. 48.

Die letztere Methode ist der ersteren vorzuziehen aus folgenden Gründen:

1.) Es ist, „wenn man NB. nicht zu viel Zuflußwasser hat, und man deswegen auch dem Rade eine nicht „übermäßige Geschwindigkeit c zur Verhütung eines un„zeitigen Ueberlaufens der Zellen geben will“, kein haltbarer Grund vorhanden, warum man die erstere Methode anwenden sollte.

2.) Es sind hingegen mehrere richtige Gründe aufstellbar, welche für die Vorzüglichkeit der zweiten Methode zeugen, wie hier folgt:

a) Man kann, wenn man einen Stellungswinkel b a c wählt, dessen Gradzahl w = 90° ist, die Vorderschaufel einer Zelle leichter wasserdicht auf die Hinterschaufel aufsetzen, als wenn der Winkel w ein stumpfer b a c′ ist.

b) Bei der Anwendung eines rechten Winkels b a c wird die Hinterschaufel a c auch etwas breiter und steiler, als wenn man den stumpfen Winkel b a c′ anwendet, denn a c muß größer seyn, als a c′, und es wird also dabei das Wasser mehr gehindert, in den innern Radraum X hineinzufal-

len, als wenn der Winkel w ein stumpfer Winkel bac' ist.

c) Bei der Anwendung eines rechten Winkels bac fällt auf der schiefen Ebene, welchen die Vorderschaufel für den Einfluß des Wassers in die Zelle bildet, das in diese einströmende Wasser stetsfort unter demselben Winkel (einem rechten) an die Hinterschaufel ac an, es mag die Zelle abc in ihrem Gange von β bis b sich befinden, wo man will, und dabei prellt also

d) das gegen die Hinterschaufel hinströmende Wasser dem Wasserstrome mehr direkt entgegen, und es kann von diesem Wasser nicht so leicht etwas in den innern Radraum R hineingespritzt werden, als wenn der Winkel w ein stumpfer bac' ist.

§. 49.[a)]

Deswegen wenden wir, wenn NB. die Menge rM des Zuflußwassers und die schickliche Geschwindigkeit c, die man dem Rade zu geben hat, dieses erlaubt, einen Stellungswinkel w an, welcher ein rechter Winkel bac ist. Hat man so viel Zuflußwasser, daß man bei den dafür angestellten Zeichnungen und Berechnungen befürchten muß, „es möge schon die erste Endladungszelle abc hinten über c Wasser aus sich herausschießen lassen“, so kann man die Breite ac oder b' der Hinterschaufel ohne Veränderung des rechten Winkels bac über c hinaus um etwas vergrößern, wobei es nicht nöthig ist, daß auch der Radkranz gegen innen hin breiter genommen werde; freilich bekommt das Rad durch solche Vorsprünge seiner Hinterschaufeln über seine Kränze hierin eine ungewöhnliche Gestaltung, welche aber rücksichtlich des Zweckes, der dadurch erreicht wird, keineswegs zu beachten ist.

Z. B. Bei uns wird ac oder b' gut 0,58 Fußen.

§. 49.[b)]

Es kann aber seyn, daß man in der meisten Zeit des Wasserlaufes eine Wasserzuflußmenge ^rM hat, die so groß ist, „daß man dem Rade eine übermäßig große Ge-„schwindigkeit c geben müßte, um zu bewirken, daß „die Zelle a b c, die sich nach der vorerwähnten Construk-„tionsweise der Zellen ergiebt, nicht schon zur Unzeit „Wasser über ihre Hinterschaufel a c hinweg in den Rad-„raum R hineinfallen lasse.“

Und da entsteht nun die Frage, wie man sich, wenn man die Gerinn- und Radbreite nicht vergrößern wolle, zu helfen habe? Wir helfen, hier beispielsweise von uns dargestellt, und beweisen auf folgende Art:

1.) Bei unserer Radeintheilung wird für die Zellenzahl N = 80 und den innern Radhalbmesser C S oder R′ = 8 Fußen der Abstands-Bogen c c oder A zweier Hinterschaufeln $= \frac{6{,}28 \,.\, R'}{N} = \frac{6{,}28 \,.\, 8}{80} = \frac{50{,}24}{80}$

$= 0{,}628$ Fußen $= 6{,}28$ Decimal-Zollen
$= 7{,}55$ Werkzollen.

2.) Wir ziehen nun in dem Scheitel a der Zelle a b c einen Halbmesser $Ca = R^* = 8{,}5$ Fußen, so wird $ac' = Ca - Cc' = R^* - R' = 8{,}5 - 8 = 0{,}5$ Fußen oder 5 Decimalzollen.

3.) Ferner drehen wir die Hinterschaufel a c der Zelle a b c, die nach der Vorherigen Vorschrift gegen die Vorderschaufel b a dieser Zelle unter einem rechten Winkel b a c oder w zu stellen war, in eine andere Lage ac^* abwärts so, „daß $c'c = c'c^*$ wird“; da nun im Dreiecke cac^* die halbe Basis $c'c = c'c^*$ beiläufig 2 Decimalzollen wird, so ist die ganze Basis $cc^* = cc' + c'c^*$ = 4 Decimalzollen und also des Dreieckes

cac^* Quadratinhalt $q = cc^* \,.\, \frac{1}{2} \,.\, ac'$;

bei uns also ist $q = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 = 2 \cdot 5 = 10$ Quadratzollen in Decimalmaaß.

„Dabei bleibt von dem Abstandsbogen $c^{**}.c$ oder „$A = 6{,}28$ Dec., oder 7,55 Werk-Zollen der nach voriger „Lehre zu stellenden Hinterschaufeln der beiden Zellen abc „und 11... 11... c^{**} noch der Theil

$$c^{**} c - c c^{*} = 6{,}28 - 4 \text{ oder } 2{,}28$$

„Decimalzollen = 2,73 Werkzollen übrig; wenn wir also „der Hinterschaufel der Zelle bei b a statt der Stellung a c „die Stellung a c^{*} geben, und den Bogen c^{*} c durch ein „an die Radkränze angenageltes Brett versperren, so haben „wir statt der vorigen Zelle b a c eine Zelle b a c^{*}c, welche „= b a c + c a c^{*}, also um den Raum c a c^{*} größer „ist, als die b a c, und wobei, was hier wohl zu beachten ist, doch noch zwischen dem auf dem Bogen c c^{*} „aufliegenden Sperrungsbrette der Zelle b a c^{*} c und dem „auch auf dem Bogen c^{***} c^{**} aufsitzenden Sperrungsbrette „der Zelle 11... 11... c c^{**} ein unversperrter Raum „bleibt, dessen Bogenweite $c^{*} c^{**} = c^{**} c - c^{*} c = 2{,}28$ „Decimal- oder = 2,73 Werk-Zollen, und der also noch „weit genug ist, damit bei dem Anlaufe des Rades Wasser „aus der Zelle b a c^{*} c über c hinaus gehen und an dem „in c c^{*} anliegenden Sperrungsbrette herunter in den „unversperrten Bogen c^{*} c^{**} und die Zelle 11... 11... „c^{***} c^{**} einlaufen könne 2c.

4) Die winkelrechte Zelle b a c hat, nach unserem Radrisse, eine Hinterschaufel, deren Breite a c oder b′ beiläufig = 0,58 Fußen ist. Zieht man für die e durch c eine horizontale Wasserlinie c b′, so wird die Basis a b′ des bei a rechtwinklichen Dreieckes b′ a c beiläufig = 0,87 Fußen; mithin muß die winkelrechte Zelle einen lothrechten Breitendurchschnitt b a c haben, dessen Quadratinhalt beiläufig

$$q' = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot ac = \frac{1}{2} \cdot 0{,}87 \cdot 0{,}58 = \frac{0{,}5046}{2}$$
$$= 0{,}2523 \text{ Quadratfußen ist.}$$

Diese Zelle faßt, bis c mit Wasser angefüllt, wenn ihre Länge l = 2,8 Fußen ist, beiläufig

2,8 . 0,2523 oder 0,70644 Cubikfußen Wasser.

5.) Die um das Dreieck $c\,a\,c^*$ = q = 10 Quadrat-Zollen (vor. Nr. 3.) = 0,1 Quadratfuß vergrößerte und bei $c\,c^*$ durch ein Brett versperrte Zelle $b\,a\,c^*\,c$ faßt, wenn man durch c eine horizontale Wasserlinie $c\,b'$ zieht, erstlich die am Ende der vor. Nr. berechneten

0,70644 Cubikfußen Wasser,

und zweitens faßt sie auch noch, wegen $c\,a\,c^*$ oder q = 0,1 Quadratfuß, bei der Zellenlänge l = 2,8 Fußen eine Zugabe von

2,8 . 0,1 oder 0,28 Cubikfußen Wasser.

6.) Demnach ist die vierseitige Zelle $b\,a\,c^*\,c$ um 0,28 Cubikfuße geräumiger für die Anfüllung derselben bis an die horizontale Linie $c\,b'$, als die dreiseitige und bei et rechtwinklichte Zelle $a\,c\,b$; es faßt die vierseitige Zelle $b\,a\,c^*\,c$ beiläufig

0,70644 + 0,28 = 0,98644 Cubikfußen

Wasser, wofür man rund aus 1 Cubikfuß rechnen kann.

7.) „Wenn man also eine große Wassermenge ^rM „hat, und dem Rade keine übermäßige Geschwindigkeit „c geben will, um unzeitigen Wasserausfluß aus „den Zellen zu verhindern, so bediene man sich unserer im „Vorigen angegebenen vierseitigen Zellen $b\,a\,c^*\,c$, die „aber, was wohl zu bemerken ist,

„„nicht wohl viel größer gemacht werden können,
„„damit die absolut nothwendige Oeffnung
„„$c^*\,c^{**}$ zwischen zweien Zellensperrungsbrettern bleibe,

„„deren Nothwendigkeit aus den im folgenden Para=
„„graphen vorkommenden Betrachtungen offenbar wer=
„„den wird.““

§. 50.

Man hört von Sackrädern, welche an den inneren Radkranzflächen einen ganz undurchbrochenen Bretterboden haben sollen. — —

Erwägt man, was man wohl durch einen solchen Bretterboden für die Vortheilhaftigkeit der Einrichtung eines Sackrades gewinnen wolle, so ergiebt sich Folgendes:

1.) Rücksichtlich der Festigkeit des Rades.

Durch die zwischen die Radkränze eingeschobenen Zellenschaufeln könnte es kommen, daß die Kränze hin und wieder etwas aus ihrer parallelen Lage getrieben würden; ferner könnten sich auch die Kränze etwas werfen, und sich dadurch von gewissen Schaufeln etwas abziehen, die dann nicht mehr dicht genug zwischen den Kränzen eingeschoben lägen rc. Solchen nachtheiligen Möglichkeiten wird freilich dadurch begegnet, daß man die Radkränze durch die an sie angenagelten Bretter eines in das Rad eingelegten Bodens fest gegen einander gespannt in ihrer richtigen Stellung erhält.

2.) Rücksichtlich des Einflußes des Zellenwassers in den innern Radraum X.

Hat das Rad einen ganz wasserdichten Boden, so ist man freilich, ohne alle weitere Besorgungen einer richtigen Harmonie zwischen der Wasserzuflußmenge rM, der Zellengeräumigkeit G und der Radgeschwindigkeit c, versichert, daß kein Wasser aus den Zellen in den Radraum X hineinfallen könne, daß also, es mögen die Verhältnisse zwischen den Größen rM, G und c seyn,

welche sie wollen, alles das Wasser, welches die Zellen erhalten, für die Radumdrehung wirksam werden müsse.

§. 51.

Den in vorigen Paragraphen angegebenen Vortheilen des Bodens eines Sackrades steht aber Folgendes entgegen:

1) Wenn man die Stellfalle im Zuflußgerinne aufzieht, und das Rad zum Umgange bringen will, so strömt eine gewisse Wassermenge M in die dem Wasser zugekehrten Zellen ein, und füllt diese Zellen, welche M, je nachdem die Zellenmündungen zufällig dem Wasser entgegen stehen, größer und kleiner seyn kann; und ferner preßt das Wasser gegen die ihm entgegen stehenden Vorderschaufeln des Rades, und auch noch besonders, so lange es in die noch ruhig vor ihm stehenden Zellen einströmt, gegen die Hinterschaufeln dieser Zellen, an die es anfällt, und, wenn es über diese hinauslaufen will, gegen den Radboden, falls ein solcher da ist. — Alle diese Wirkungen des Wassers, welche sich ergeben, wenn man das Rad durch das Aufziehen der Stellfalle zum Umlaufe antreiben will, können zureichend seyn zur Einleitung des Umganges des Rades, es kann aber auch denkbarer Weise der Fall seyn, daß sie unzureichend sind, weil die dem Rade zum Bewegen aufgelegte Last zu groß ist, daß also das Rad ruhig stehen bleibt, und eine solche Aufstauung des Wassers im Gerinne verursacht, bei welcher es in diesem über die beiden Oberkanten der Gerinnbacken vor den Radkränzen hinüberschießt, weil ihm das Rad durch seinen festen Stand und seinen Boden keinen andern Ausweg gestattet. Ein solches Ereigniß wäre wahrhaftig für einen Maschinenbaumeister eine Schande und ein Aergerniß. — Wenn aber das Rad keinen Boden hat, so kann die vorgenannte Wassermenge M über die Hinterschaufeln der angefüllten Zellen hinüber in andere

untere noch nicht gefüllte Zellen einstürzen und diese füllen, so, daß das Rad dennoch, wenn es nicht im Uebermaaße belastet ist, zur Umdrehung kommt, und sodann mit einer gewissen den Umständen angemessenen Geschwindigkeit c herumläuft.

2.) Der in Nr. 1 des vorigen Paragraphens angegebene Vortheil eines Radbogens kann erreicht werden auf andere Art, bei welcher der in vor. Nr. 1. erwogene Nachtheil nicht statt findet. Auf die Oberkante einer jeden Hinterschaufel nagle man, wenn man dreiseitige Zellen hat eine Spannungsleiste, welche auf den Radkränzen aufliegt, auf diese festgenagelt ist, und die beiden Radkränze zusammen spannt. Alle solche Leisten zusammengenommen müßen gehörig angebracht, denselben ersten Vortheil gewähren, welcher ein Radboden nach §. 50. Nr. 1. bringen soll, und bei ihnen tritt noch dazu der besondere Vortheil ein, daß sie erstlich das Zellenwasser bei dem Anlassen des Rades zum Umlaufe desselben über sich hinüber stürzen lassen und nicht, wie ein Radboden, nachtheilig wirken können, und daß sie zweitens bei Weitem weniger kosten, als ein ganzer Radboden.

3.) Der in Nr. 2. des vorigen Paragraphens erwogene Vortheil eines Radbodens kann ferner erreicht werden mit Vermeidung der Nachtheile des Radbodens auf zweifache Weise. Man kann ja erstlich den Hinterschaufeln eine solche Breite b′ geben, welche für die vortheilhaften und gehörig regulirten Wasserladungen der Radzellen und die schickliche Ausgußstelle dieser Ladungen berechnet ist, wobei allemal das Zellenwasser im Gange des Rades seine besten Dienste leistet, und doch in der Zeit, in welcher man das Rad zum Umlaufe bringen will, über die Hinterschaufeln der bereits gefüllten Zellen in andere untere Zellen hinunterstürzen, diese füllen und die

verlangte Radumdrehung einleiten kann; man kann aber auch noch zweitens, „wenn man ja etwa befürchtet, es „möchten die Zellen bei einer größeren Menge des Zufluß„wassers zur Unzeit überlaufen, den in vor. Nr. 2. „angegebenen Spannungsleisten eine kleine Höhe geben, „in welcher sie sich über die Innenflächen der Hinterschau„feln der Zellen an den Radkränzen erheben, (man sehe in „der Zeichnung cd nach), wodurch eine Art von Radboden „entsteht, welcher Unterbrechungen enthält.“

4.) Ist man wegen einer zu großen Wassermenge rM ꝛc. genöthigt, nach §. 49.b. vierseitige Zellen bac**c* anzulegen, so erhält man einen zureichend unterbrochenen Radboden, also einen solchen, bei dem die §. 51. Nr. 1. angegebenen möglichen Nachtheile eines ganzen Radbodens nicht Statt haben können.

§. 52.

Aus allen bisher angestellten Erwägungen geht hervor,
„daß die Anwendung eines ganzen Radbodens bei „den Sackrädern in jeder Rücksicht zu verwerfen „sey.“

Zweites Kapitel.

Von der Herstellung einer Harmonie zwischen den Größen ^{r}M, R, N, $\mathfrak{G}$, c, c*.

§. 53.

Die ganze Wasserladung der ersten bis zum Ende ihrer Ladung gekommenen Zelle, deren Vorderschaufel die ab ist und welcher eine Sperrungszelle abc vorsteht, die nun kein Wasser mehr in die zunächst unter ihr befindliche Zelle ab... einlaufen läßt, ist nach §. 37^{b}, eine Größe

$$g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{B}'}{c} \cdot {}^{r}M$$

Cubikfußen Wasser, worin ^{r}M die Zahl der Cubikfuße der in jeder Sekunde herbei fließenden Triebwassermenge (§. 21^{a}), $\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \cdot R}{N}$ die Zahl der Fuße eines Zellebogens bb = bb′ ꝛc. im Drehkreise A S... (§. 35, Nr. 4.) und c die Geschwindigkeit der Oberkante (z. E. der β) einer im Kreise A S.. herumlaufenden Zelle (§. 25.) bedeutet.

§. 54.

Der zum Aufnehmen dieser Ladung g$\mathfrak{L}$ gerade zureichende körperliche Inhalt oder die sogenannte Geräu=

migkeit 𝔊 der ersten bis zum Ueberlaufen bei c mit Wasser geladenen Zelle ab.... ist ein Theil des ganzen körperlichen Inhaltes dieser Zelle; denn das einen horizontalen Wasserspiegel bildende Ladungswasser kann in der Zelle ab.... nicht bis zur Oberkante b ihrer Vorderschaufel ab, es kann nur bis zu einer unterhalb der b befindlichen Stelle b′ der Schaufel ab reichen, welche Stelle b′ sich ergiebt,

„wenn man aus der Oberkante c des Hintertheiles der „Zelle ab.... (welcher eine auf der ab winkelrecht „aufsitzende Hinterschaufel, aber auch, je nachdem „es Noth thut, ein Radbodenstück c* c seyn kann, „§. 49b,) eine horizontale Linie (eine Wasserlinie „cb zieht."

§. 55.

Wenn die Zelle ab.... von der Wasserladung g𝔏 höchstens bis an die Horizontallinie cb′ angefüllt werden soll, wobei noch nichts von der g𝔏 über die Stelle c hinaus laufen kann, so muß die unter der horizontalen Linie cb′ befindliche Zellengeräumigkeit

$$\mathfrak{G} = g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{B}' \,.\, {}^{r}M}{c}$$

seyn, woraus die zu den Größen ^{r}M, $\mathfrak{B}'$ und 𝔊 passende Radgeschwindigkeit

$$(\dagger 2)\ c = \frac{\mathfrak{B}' \,.\, {}^{r}M}{\mathfrak{G}} \text{ Fußen folgt.}$$

„Je größer also bei denselben Werthen von ^{r}M und „𝔅′ die Größe 𝔊 ist, desto kleiner darf die Radgeschwindigkeit c seyn, desto länger darf sich also „die von β bis b heruntergehende Ladungszelle im Bogen „βb aufhalten, damit sie in der Lage abc ganz bis an die „Horizontallinie cb durch die g𝔏 mit Wasser angefüllt sey; „und umgekehrt, je kleiner die Zellengeräumigkeit 𝔊 „ist, desto größer muß die Radgeschwindigkeit c

„seyn, damit die Wassermenge g𝔏 welche die Zelle abc nur „bis zu cb′ anfüllen soll, nicht zu groß sey und also „die abc in ihrem Gange von β bis b herunter kein Was= „ser von der g𝔏 über c hinweg aus sich heraus in den Rad= „raum c 𝔛 hinein laufen lasse.“

§. 56.

Da die Größe 𝔊 nach §. 49,ᵃ Drei, aber auch nach §. 49,ᵇ vierkantig seyn kann, so berechne man die zwei verschiedenen Werthe von 𝔊 und setze sie in die vorige für c erhaltene Gleichung.

1.) Es ist für eine dreikantige Zelle abc, welche bis cb′ mit Wasser angefüllt ist, der lothrechte Dickenquer= schnitt des in ihr befindlichen Wassers das Dreieck bac. Die Höhe dieses Dreieckes ist das auf ab stehende Perpen= dikel $ac = b'$ Fußen und die Basis desselben ist die Was= serseite $ab' = ab - bb' = b''$, Fußen, welche zwei Grö= ßen man aus dem Radrisse heraus nach dem Maaßstabe messen kann. Also ist der Quadratinhalt von $b'ac = \frac{1}{2} . b' b''$ Quadratfußen. Die Länge l des Wasserkörpers der abc ist die Schaufellänge zwischen den Radkänzen, also ist der Größe 𝔊 kleinster Werth

$$^{k}\mathfrak{G} = \tfrac{1}{2} . l . b' . b'' \text{ Cubikfußen.}$$

Z. B. Für das in unserem Radrisse Statthabende Dreieck b′ac ist ac oder b″ beiläufig $= 0{,}58$ und ab oder $b'' = 0{,}87$ Fußen, also ist da für $l = 2{,}8$ Fußen die Größe $l . \frac{1}{2} b' . b''$ oder $^{k}\mathfrak{G} = 2{,}8 . \frac{1}{2} . 0{,}58 . 0{,}87 = 0{,}70644$ Cubikfußen. (§. 49. Nr. 4.)

2.) Für eine vierkantige Zelle bac*c (§. 49,ᵇ., Nr. 3.) ist der lothrechte Dickenquerschnitt des in dieser bis zu cb′ stehenden Wassers $= b'ac + cac^* = \frac{1}{2} . b' . b'' + \frac{1}{2} ac' . cc^* = \frac{1}{2} . 0{,}5 . 0{,}4 = \frac{1}{2} . b' . b'' + 0{,}1$ Quadrat= fußen. Das mit der Zellenlänge $= l$ Fußen multiplizirt

giebt der Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G}$ größten Werth $^g\mathfrak{G} = l(\frac{1}{2}.b'b'' + 0{,}1) = {}^k\mathfrak{G} + l.0{,}1$ Cub. Fußen.

Z. B. Für $l = 2{,}8$ und $\frac{1}{2}l.b'.b''$ oder $^k\mathfrak{G} = 0{,}706$ .. hat man (§. 49,^{b}. Nr. 4.) $^g\mathfrak{G} = 0{,}706 + 2{,}8.0{,}1 = 0{,}706 \ldots + 0{,}28 = 0{,}986 \ldots$ Cub. Fußen Wasser, wofür man 1 Cubikfuß setzen kann.

3.) Demnach hat man folgende zwei Gleichungen für die Radgeschwindigkeit c:

A.) Für die kleinste Zellengeräumigkeit $^k\mathfrak{G}$ hat man (nach der Gleichung $^\dagger 2$ in §. 55.) den größten Werth von c, nämlich

$$^gc = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{^k\mathfrak{G}} = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{\frac{1}{2}l..b'b''}$$

Fußen zu nehmen.

B.) Für die größte Zellengeräumigkeit $^g\mathfrak{G}$ hat man aber den kleinsten Werth von c, nämlich

$$^kc = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{^g\mathfrak{G}} = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{l.(\frac{1}{2}.b'b'' + 0{,}1)}$$

Fußen zu nehmen.

Z. B. a) Für $^k\mathfrak{G} = 0{,}70644$ Cub. Fußen (Nr. 1.) und $\mathfrak{B}'.\,{}^rM = 0{,}7065 \,.\, 15{,}5$ (§. 37, Nr. 3.) $= 10{,}95075$ Cub. Fußen ist $^gc = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{^k\mathfrak{G}}$ $= \frac{10{,}95075}{0{,}70644} = 15{,}50$ Fußen.

b) Für $^g\mathfrak{G} = 1$ Cubikfuß (Nr. 2.) und $\mathfrak{B}'.\,{}^rM = 0{,}7065 \,.\, 15{,}5 = 10{,}95075$ Cubikfußen (vor. Nr. a) ist

$$^kc = \frac{\mathfrak{B}'.\,{}^rM}{^g\mathfrak{G}} = \frac{10{,}95075}{1} = 10{,}95 \text{ Fußen.}$$

4.) Den Lehrlingen in der Mechanik, für die wir schreiben, kann es nicht übel genommen werden, wenn sie hier fragen,

„wie man denn zu Werk zu gehen habe, damit das „Wasserrad die aus einer bei ihm angenommenen Zel„lengeräumigkeit $\mathfrak{G}$ berechnete Geschwindig„keit c seines Punktes β annehmen müsse“, weswegen wir sogleich in dem hier Folgenden darauf antworten.

A.) Bei der Berechnung der Umdrehungskraft P, welche die auf das Wasserrad wirkende Wassermenge ${}^{r}M$ am Ende T des mechanischen Radhalbmessers CT = R* Fußen erzeugt, wird die Zellenladung

$$g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{V}' . {}^{r}M}{c} \text{ Cubikfußen Wasser}$$

(§. 53.) zum Grunde gelegt; diese Größe $g\mathfrak{L}$ aber wird der dem Rade gegebenen Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G}$ gleich gesetzt (§. 55.) und es wird also dadurch die aus der $g\mathfrak{L}$ $= \frac{\mathfrak{V}' . {}^{r}M}{c} = \mathfrak{G}$ Cubikfußen Wasser berechnete Radkraft eine solche,

„welche der Gleichung $\frac{\mathfrak{V}' . {}^{r}M}{c} = \mathfrak{G}$ Cubikfußen und „der aus dieser abgeleiteten Radgeschwindigkeit „$c = \frac{\mathfrak{V}' . {}^{r}M}{\mathfrak{G}}$ Längenfußen zugehört und die für je„den andern Werth von $\mathfrak{G}$ und c eine andere „Kraft P seyn muß.“

B.) Wenn man nun der so berechneten P eine ihr gleiche Totallast Q der Maschine, die durch das Rad betrieben werden soll, entgegen setzt, so ist ja diese Last Q eine für die $\mathfrak{G}$ und also auch für die zu der $\mathfrak{G}$ gesuchte c genommene Größe; und es muß demnach, wenn das Rad in Gang gekommen ist, die c desselben Statt haben.

C.) „Wie aber kann denn das Rad in Gang kommen „wenn man die Q = P nimmt?“

a) Das in das noch ruhig stehende Rad einströmende Triebwasser füllt die Zellen an, bis diese überlaufen wobei dann jede obere überlaufende Zelle das aus ihr ablaufende Wasser in die zunächst unter ihr folgende Zelle gehen läßt.

b) Dadurch wird also endlich das Rad und das Kropfgerinne mit Wasser angefüllt in einem solchen Grade, daß eine Triebkraft P′ des Rades anwächst, die schon der in der Totallast Q enthaltenen Nutzlast Q′ das Gleichgewicht hält.

c) Die Wasseranfüllung in den Radzellen und dem Kropfgerinne und die damit verbundene Triebkraft des Füllungswassers nimmt von da an noch weiter zu bis zu einer Kraft $P' + P''$, welche der aus der Nutzlast Q′ und Nebenlast oder Reibung Q′ bestehenden Totallast $Q = Q' + Q''$ das Gleichgewicht hält, weil aber auch jetzt das Rad noch ruhig steht und die Anhäufung des Zuflußwassers in den Radzellen und dem Gerinne wachsen muß, so muß endlich eine die Totallast $Q = Q' + Q''$ überwiegende Radkraft $P' + P'' + U$ entstehen und es muß das Rad zum Umgange kommen.

d) Weil nun die Wasseranhäufung im Rade und Gerinne und die damit verbundene Vermehrung der Triebkraft des Wassers fortdauern und also die Ueberwucht U so lange wachsen muß, bis ein Zeitpunkt p eingetreten ist, von welchem an die Schöpfpunkte β der Radzellen mit der ihrer Geräumigkeit $\mathfrak{G}$ angemessenen Geschwindigkeit c, bei welcher sie kein Wasser mehr in einander überlaufen und über ihre Hinterschaufeln oder Radbodentheile in das Gerinn eintreten lassen können, ausweichen, so muß das Rad und die Maschine bis zu diesem Punkte p immer geschwinder in Bewegung kommen.

e) Von diesem Punkte p an muß die in den Zellen und dem Gerinne bis zu einem gewissen Werthe U^* angewachsene Ueberwucht U des Wassers über die Last $Q = Q' + Q'' = P' + P''$ durch das Auslaufen des Wassers über die Vorderschaufeln der Zellen in das Gerinn hinein und durch den Ausgang desselben aus diesem bis zu O abnehmen, es muß also da die Beschleunigung der Bewegung des Rades und der Maschine aufhören, und zwischen der Kraft $P = P' + P''$ und der der P (s. Nr. B.) gleichgesetzten Last $Q = Q' + Q''$ wiederum, wie vorhin (vergleiche Nr. C.), bloßes Gleichgewicht eintreten.

f) Wenn nun, nachdem dieses wiederum (durch die Abnahme der U^* bis zu 0) eingetreten ist, weder eine Veränderung der Last Q noch eine Veränderung der Kraft P eintritt, so müssen alle Theile des Rades und der an dieses angehängten Maschine bloß zufolge ihrer Trägheit in derselben Bewegung bleiben, die sie bis zur Zeit, wo $U^* = 0$ geworden war, angenommen hatten; denn sie selbst können, als träge Massetheile, den Zustand ihrer Bewegung nicht im Geringsten ändern, sondern es muß, wenn eine solche Veränderung eintreten soll, erst eine Aufhebung der Gleichgewichtsgleichung $P = Q$ erfolgen.

D.) Von einer Maschine, bei welcher die Q der für sie berechneten P gleich gesetzt werden darf, weil sich bei ihr, wenigstens beiläufig genauest annehmen läßt, daß, nachdem sie auf die in vor. Nr. C. angegebene Weise in den Gang gekommen ist, die Gleichung $Q = P$ Statt finde, sagt man,

„daß ihr ein gleichförmiger Beharrungs-
„zustand ihres Ganges zukomme.

Ein solcher Zustand der Bewegung findet z. B. bei den

Getreide= und anderen diesen ähnlichen Mühlen, aber doch auch nur beiläufig genauest — — Statt; denn die bei solchen Mühlen eintretenden Veränderungen der Last Q, mit welchen zugleich auch Veränderungen der Kraft P verbunden seyn müßen (im Augenblicke, z. B., worin unter dem Läufer der Mahlmühle größere Reibung entsteht, also die Nutzlast Q etwas wächst, muß auch das Wasserrad etwas langsammer gehen und somit etwas mehr Wasser schöpfen, also auch P etwas wachsen) sind nicht zu läugnen, sie sind aber in solchem Grade gering, daß man sie fast als 0 betrachten kann.

E.) Bei den meisten Maschinen, z. B. den Hammer= und Stampf=Werken, den Gebläsen den Sägmühlen, den Saug= und Druck=Werken rc. ist kein solcher Beharrungsstand in dem Gange derselben möglich, den man, wenigstens beiläufig genauest, einen gleichförmigen nennen darf, es tritt aber doch auch im Gange solcher Maschinen endlich ein gewisser Tact ein so, daß kurze und gleich große Zeiträume (Perioden) Statt finden, in welchen die Geschwindigkeiten der bewegten Theile der Maschine und des Wasserrades nach gewissen Gesetzen merklich fallen und wiederum steigen, daher man auch bei solchen Maschinen einen Beharrungsstand ihrer Bewegung annimmt, diesen aber einen ungleichförmigen nennt. — Die Ursache dieser Ungleichförmigkeit besteht darin, daß in der an das Wasserrad angehängten Maschine entweder die in Bewegung gesetzte Last Q selbst (wie z. B. bei Hammer= oder Stampfwerken,) oder deren Moment (wie bei allen durch Kurbeln betriebenen Maschinen) veränderlich ist.

F.) Ueber die nur eines ungleichförmigen Beharrungsstandes fähigen Maschinen hat besonders Carl Christian Langsdorf sehr tiefsinnige und gründliche Untersuchungen angestellt, die man in dessen allbekannten Schrif=

ten, über Mechanik findet. Diese sind aber von der Art, daß sie sich nicht für Anfänger in der Mechanik und gewöhnliche Praktiker kurz und deutlich genug darstellen lassen, weßwegen wir hier keinen Gebrauch davon machen können, dagegen aber Folgendes für solche Maschinen beibringen:

a) Auch bei solchen Maschinen darf man, ohne daß man Fehler, die in der Praxis von erheblicher Bedeutung sind, zu befürchten hat, die größte aber nur periodisch eintretende Gesammtlast Q = Q′ + Q″ derjenigen Kraft P des Wassers, die man für die ʳM ꝛc., die Zellengeräumigkeit S des Sackrades und also auch für die dazu gehörende Radgeschwindigkeit c berechnet hat, gleich setzen.

b) Auch bei diesen Maschinen muß, ohnerachtet der für sie angenommenen Gleichgewichts-Gleichung Q = P die Nutzlast Q′ mit einer zureichenden Geschwindigkeit in Bewegung kommen, denn man ist Herr über die Abmessungen der Maschine, welche man zum Bewirken der nöthigen Geschwindigkeit c* der Nutzlast Q′ anzuwenden hat.

c) Auch bei diesen Maschinen häuft sich, wie bei den vorhin betrachteten Mahlmühlen, während des noch Statt habenden Ruhezustandes des Rades in dessen Zellen und im Kropfgerinne eine Triebwassermenge an, deren Kraft der für ʳM ꝛc., S und c berechneten Wasserkraft P und Last Q = Q′ + Q″ = P das Gleichgewicht hält, und es fängt dann bei weiterem Wasserzufluße das Rad an durch eine entstandene Ueberwucht U der Wasserkraft P über die Last Q = P in den Gang zu kommen.

d) Auch hier muß nun, weil Q mit P im Gleichgewichte ist, die entstandene U aber nicht nur fortgesetzt in die Massetheile der Maschine und des Rades

als bewegende Kraft einwirkt, sondern in diesem ihren Wirken selbst auch noch in abnehmenden Differenzen bis zu einer gewissen U* anwächst, die angefangene Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades immer mehr zunehmen.

e) Es muß aber diese Geschwindigkeit endlich zu einer solchen werden, die unter den mannigfachen Umdrehungsgeschwindigkeiten, welche Statt haben, nachdem das Rad in den ihm angemessenen ungleichförmigen Beharrungsstand seiner Bewegung gekommen, die größte ist, über die also die Umdrehung des Rades nicht noch weiter hinauf beschleunigt werden kann.

f) Im Augenblicke des Eingetretenseyns dieser größten Geschwindigkeit c des Ganges der Schöpfpunkte β der Radzellen durch das Triebwasser hindurch muß die vorher sich gebildete Ueberwucht U* der Wasserkraft P über die Last Q (= P) durch den geschwinden Gang dieser Punkte im Triebwasser, das damit verbundene geringere Wasserschöpfen und das stärkere Abfließen des Wassers aus den Radzellen und dem Gerinne zu Null geworden seyn; denn wäre die U* noch nicht zu Null geworden, so hätte auch die Radbeschleunigung noch nicht aufhören können, und es wäre die c noch nicht die größte Radgeschwindigkeit, die doch endlich, nachdem sich der Beharrungsstand der Radbewegung hergestellt hat, Statt haben muß.

g) Diese im Beharrungsstande der Radbewegung abwechselnd eintretende größte c muß nothwendig allemal in demjenigen Zeitpunkte p Statt haben, worin die der P gleichgesetzte Q entweder durch Abnahme ihrer selbst oder ihres Momentes verändert worden ist.

h) Weil aber sogleich in oder nach dem Eingetretenseyn der größten c die Verringerung der Last selbst oder ihres Momentes durch neu ergriffene und zu be-

wegende Masse wieder aufgehoben wird, so muß da die c plötzlich zu einer c′ herunter sinken, und erst wieder von dieser c′ an zu ihrem größten Werthe c, welcher im Beharrungsstande des Radganges möglich ist, anwachsen. Das geschieht dadurch, daß das langsamer gehende Rad mehr Wasser schöpft und in das Kropfgerinn ausfließen läßt, wodurch sich eine neue Ueberwucht U* bildet, welche die c wieder zu dem größten Werthe c hinauf bringt.

i) Während die c′ bis zur c anwächst, müssen die Zellen ihr Wasser von hinten herein in einander überlaufen lassen, und damit dabei kein Wasser verspritzt werde, so hat man die inneren Kanten der Radkränze mit Schienen zu übernageln, wodurch dem aus einer obern Zelle in eine untere überlaufenden Wasser eine Bahn für seinen Lauf angewiesen wird.

k) Findet man es für unschicklich oder gar für nachtheilig, daß die mit Wasser geladenen Zellen, selbst auch noch dann, nachdem der ungleichförmige Beharrungsstand der Bewegung des Wasserrades schon eingetreten ist, allemal, wenn Massetheile der Maschine von Neuem ergriffen und in Bewegung gesetzt werden, Wasser über ihre Hintertheile in einander überlaufen lassen, so nehme man die Last Q nicht gleich der für die Größe ʳM ꝛc., 𝔊 und c berechneten Triebkraft P, sondern man nehme die Q zureichend kleiner, als diese P. Dadurch wird die vom Anlaufe des Rades an sich bildende Ueberwucht U der Wasserkraft über die Q vergrößert, das Rad geräth in geschwindern Gang, seine Zellen schöpfen also in ihrem Gange durch das Zuflußwasser weniger Wasser in sich ein, und können, wenn neue Masse der Maschine ergriffen und in Bewegung gesetzt, und dadurch der Radumgang etwas verzögert wird, durch den dabei sich ergeben-

den größeren Wassereinfluß wenig oder gar kein Wasser in einander überlaufen lassen.

§. 57.[a)]

Zur Beurtheilung der Wahl der Radgeschwindigkeit c und der dazu erforderlichen Form und Geräumigkeit $\mathfrak{G}$ der Zellen ist es erforderlich, daß man die zu einer c des Rades gehörende Umlaufszeit ^uZ desselben und die dazu gehörende Umlaufszahl Uz, d. h. die Zahl der Umläufe, die das Rad in einer Minute oder 60 Sekunden macht, zu bestimmen wisse, denn nach diesen Größen ^uZ, Uz hat man sich zu richten, wenn man die durch das Rad zu betreibende Maschine ohne oder mit Vorgelege so einrichten will, „daß die Nutzlast Q′ die ihr gehörige „Geschwindigkeit c* erhalte.“

1.) Für die ^uZ ist die Berechnung diese: Wenn die Oberkante β einer Vorderschaufel im Drehkreise A S... zum Durchlaufen eines Geschwindigkeitsbogens von c Fußen nur 1 Sekunde Zeit braucht, so gehört zur Bewegung derselben durch den ganzen Kreis A S... = 6,28 R hindurch, also zu einer ganzen Radumdrehung, die Umlaufszeit

$$^uZ = \frac{6{,}28 \cdot R}{c} \text{ Sekunden.}$$

Z. B. Für R = 9 und c = 10,95 Fußen (= ^kc, §. 56, Nr. 3.) ist

$$^uZ = \frac{6{,}28 \cdot 9}{10{,}95} = \frac{56{,}52}{10{,}95} = 5{,}161$$

Sekunden (vergl. §. 37. Nr. 3.)

„Es geht also hier das Rad in 5,161 Sekunden einmal herum.“

2.) Für die Uz folgt dieses: Wenn ^uZ Sekunden ei-

nen Radumlauf geben, so geben die 60 Sekunden einer Minute eine Umlaufszahl

$$Uz = \frac{60}{uZ} = \frac{60 \,.\, c}{6{,}28 \,.\, R}.$$

Z. E. Für die zu der ${}^{k}c$ gehörenden ${}^{k}uZ = 5{,}161$ Sekunden (vor. Nr. 1.) ist die zu einer Minute gehörende Umlaufszahl Uz des Rades

$$= \frac{60}{uZ} = \frac{60{,}000}{5{,}161} = 11{,}62.$$

„Es geht das Rad in einer Minute 11,62 mal „herum."

*) Für eine c = 15,5 Fußen (= gc, §. 56, Nr. 3.) und für R = 9 Fußen wäre die

$$Uz = \frac{60 \,.\, c}{6{,}28 \,.\, R} = \frac{60 \,.\, 15{,}5}{6{,}28 \,.\, 9}$$

$$= \frac{930{,}00}{56{,}52} = 16{,}45.$$

„Es ginge da das Rad in einer Minute „16,45 mal herum, was nach unseren Erfahrun„gen sehr viel wäre."

§. 57.[b)]

Zur noch weiteren Entwickelung der zur geschickten Wahl der c der Sackräder (welche c eine ${}^{k}c$ und auch eine gc seyn kann — §. 56, Nr. 3.) und der dazu gehörenden Zellengeräumigkeit 𝔊, (welche 𝔊 eine g𝔊 und auch eine ^{k}𝔊 seyn kann — §. 56, Nr. 3.), erforderlichen Einsichten wollen wir nun die c für ein unterschlächtiges Rad und ein sehr bedeutendes Gefälle seines Triebwassers, bei welchem also die c des Rades bedeutend groß seyn muß, berechnen und wollen hernach dafür die Umlaufszahl Uz suchen.

1.) Es sey die **mittlere** Geschwindigkeit C, mit welcher das Wasser vor der aufgezogenen Stellfalle in der Mittellinie $\mu\mu'$ seiner **Breite** und **Höhe** ausfließt, nahe am Ende m K des Gerinnes A A B B **gemessen** und z. E. = 6 Rheinl. Fußen gefunden worden. Für diese C ist die Fallhöhe $\mathfrak{H}' = \frac{C^2}{4g}$. Z. E.

$$= \frac{C^2}{4 . 15{,}625} = \frac{36}{4 . 15{,}625} = \frac{9}{15{,}625}$$
$$= 0{,}575 \text{ Fußen Rheinl.}$$

2.) Es sey die Höhe ε e des Ausflußwassers ^{a}M nahe an der Gerinnmündung = h Fußen, z. E. = 1 Fuß, und also die Hälfte ε o derselben = $\frac{1}{2}$ h Fußen, z. E. 0,5 Fußen, und die Höhe G o = $\tau\omega$ des **mittleren** Kropfgefälls sey = $\Sigma\varepsilon = \mathfrak{S}\varepsilon' = \mathfrak{H}$, z. E. = 5,3 Fußen. Diese zu der Fallhöhe $\mathfrak{H}'$ (Nr. 1.) addirt, giebt die ganze Fallhöhe

$$H = \mathfrak{H}' + \mathfrak{H} = \frac{C^2}{4g} + \mathfrak{H}$$

Fußen, um welche das Wasser in seinem Laufe von μ' herunter bis zum Punkte τ der untersten lothrechten Schaufel eines im Kropfgerinne K S angelegten **unterschläch-tigen** Wasserrades gefallen seyn muß.

Z. E. Für $\mathfrak{H}' = 0{,}575$ und $\mathfrak{H} = 5{,}300$ Fußen ist $\mathfrak{H}' + \mathfrak{H}$ oder $H = 0{,}575 + 5{,}300 = 5{,}875$ Fußen.

3.) Für diese H ist die **mittlere** Geschwindigkeit des Wassers, die in der Stelle τ der untern lothrechten Radschaufel Statt haben müßte, wenn es, durch keine Radschaufeln aufgehalten, frei bei S S ausfließen könnte, eine Größe

$$C^* = 2\sqrt{gH}$$

(wobei wir auf den geringen Widerstand, den das von K bis S im Kropfgerinne herunter schießende Wasser leidet,

keine Rücksicht zu nehmen haben, weil das Gerinn nicht lang ist).

Z. E. Für $H = 5{,}875$ hat man

$$C^* = 2\sqrt{15{,}625 \,.\, 5{,}875} = 2 \,.\, 9{,}53 \text{ Fußen.}$$

4,) Für den größten Effekt des Triebwassers setzt man bei unterschlächtigen Rädern die Radgeschwindigkeit

$$c = \tfrac{1}{2} \,.\, C^* = \tfrac{1}{2} \,.\, 2\sqrt{gH} = \sqrt{gH}.$$

Z. E. Für $C^* = 2 \,.\, 9{,}53$ Fußen hat man

$$c = 9{,}53 \text{ Fußen.}$$

„Es ist also bei einem unterschlächtigen Wasserrade selbst auch in dem Falle, wenn die Kropfgefällhöhe schon so bedeutend groß ist, wie wir sie oben angenommen haben, die Radgeschwindigkeit c nur erst $= 9{,}53$ Fußen.“

5.) Vergleichen wir diese c mit der im §. 56, Nr. 3. für ein Sackrad berechneten kleinsten Geschwindigkeit $^k c = 10{,}95$ Fußen, welche unsere größte Zellengeräumigkeit gG eines solchen Rades gestattet, so finden wir den Unterschied

$$^k c - c = 10{,}95 - 9{,}53 = 1{,}42 \text{ Fußen,}$$

welcher etwas mehr als $\frac{1}{7}$ von c ausmacht; es ist also $^k c$ etwas mehr als $\frac{1}{7}$ größer, als c.

6.) Nach §. 56, Nr. 2. ist die für eine Minute berechnete Umlaufszahl

$$Uz = \frac{60 \,.\, c}{6{,}28 \,.\, R}$$

Das giebt bei dem unterschlächtigen Rade, wo $c = \frac{1}{2} C^* = \sqrt{gH}$ ist,

$$Uz = \frac{60 \,.\, \sqrt{g \,.\, H}}{6{,}28 \,.\, R}$$

Z. E. Für $c = \sqrt{gH} = 9{,}53$ (vor. Nr. 4.) und $R = 9$ Fußen hat man

$$U_z = \frac{60 \,.\, 9{,}53}{56{,}52} = \frac{571{,}80}{56{,}52} = 10{,}21.$$

6.) Vergleichen wir diese U_z mit jener = 11,62, die wir im §. 57. a, Nr. 2. für die $^k c$ des Sackrades gefunden haben, so haben wir den Unterschied

11,62 — 10,21 = 1,41 Radumdrehungen.

„Die Zahl U_z der Umläufe, die ein Sackrad, dessen „größter Halbmesser $R = 9$ Fußen ist, in einer „Minute machen muß, wenn ihm in jeder Se„kunde mit einer Geschwindigkeit $C = 6$ Fußen eine „Wassermenge $^r M = 15{,}5$ Cubikfußen zufließt, und „wenn man ihm dazu die größte Schaufelgeräu„migkeit $g\mathfrak{S} = 1$ Cubikfuß (§. 56, Nr. 2.) und die „dieser $g\mathfrak{S}$ angemessene kleinste Umdrehungsge„schwindigkeit $^k c = 10{,}95$ Fußen (§. 56, Nr. 3.) „giebt,

„ist um 1,41 Radumdrehungen größer,

„als die Zahl U_z der Umläufe, welche ein unterschläch„tiges Wasserrad, dessen größter Halbmesser R auch „= 9 Fußen ist, in einer Minute machen muß, „wenn ihm ebenfalls in jeder Sekunde mit einer „Geschwindigkeit $C = 6$ Fußen eine Wassermenge $^r M$ „= 15,5 Cubikfußen zufließt; wenn ferner diesem „Wasser eine mittlere Gefällhöhe

$$H = \mathfrak{H}' + \mathfrak{H} = \frac{C^2}{4g} + Go = 0{,}515 + 5{,}3$$
$$= 5{,}815 \text{ Fußen,}$$

„also bei τ eine Geschwindigkeit

$$C^* = 2\sqrt{gH} = 2 \,.\, 9{,}53 \text{ Fußen}$$

„zugehört, und wenn man dem Rade eine $c = \frac{1}{2} C^*$ „$= \frac{1}{2} \,.\, 2 \,.\, 9{,}53 = 9{,}53$ giebt."

§. 58.

Die vorige (für möglichst gleiche Umstände angestellte) Vergleichung der kleinsten Geschwindigkeit ${}^{k}c$, die man einem Sackrade bei der von uns angenommenen größten Zellengeräumigkeit $\mathfrak{S}\mathfrak{S}$ zu geben hat, mit der vortheilhaftesten Geschwindigkeit c, die man einem unterschlächtigen Wasserrade geben soll, damit das Triebwasser desselben den größten Effekt ausübe, giebt folgendes Resultat:

„Selbst auch in dem Falle, wenn das Gefälle des „Wassers und also dessen Geschwindigkeit C* bedeutend groß ist, muß bei einem unterschlächtigen „Rade dessen vortheilhafteste Geschwindigkeit c „noch kleiner genommen werden, als die kleinste „Geschwindigkeit ${}^{k}c$ ist, die man einem Sackrade „bei der ihm nach unserer Methode gegebenen größten Zellengeräumigkeit zu bestimmen hat; ein „nach unserer Methode beschaufeltes Sackrad muß, „bei gehörig regulirtem Gange desselben, nothwendig „geschwinder umlaufen, als ein unter gleichen „Umständen für den gehörig regulirten Gang „angelegtes unterschlächtiges Wasserrad.

§. 59.

In allen bisherigen Rechnungen muß bei den Ausdrücken, in welchen der größte Radhalbmesser C $\mathfrak{S}$ oder R vorkommt, und die einen zweckmäßigeren Werth geben würden, wenn man R verminderte, sehr wohl beachtet werden, „daß man R wohl vergrößern, keineswegs aber nach Belieben, um gewisse Zwecke zu erreichen, „vermindern könne, was aus Folgendem erhellet:

1.) Es sey $\mathfrak{S}\varepsilon' = \Sigma\varepsilon = \Sigma b$ die Kropfgefällhöhe $\mathfrak{H}$ (z. E. 5,3 Fußen für das Rad, welches bei $\mathfrak{S}$ auch noch,

wegen des nöthigen Spielraumes, um eine Höhe K′S, etwa = $\frac{1}{2}$ Werkzoll, über der durch K′ horizontal laufenden Kropfgerinnsohle mit dem untersten Punkte S seines lothrechten Halbmessers C S oder R liegen muß. Hiernach muß also schon dem C S der Höhentheil S ε′ oder H (z. E. = 5,3 Fußen) zugehören.

2.) Es sey ferner ε e = ε′ e′ die gewöhnlich Statt habende Gerinnwasserhöhe h (z. E. = 1 Fuß) so muß dem Halbmesser C S oder R auch noch dieser Höhentheil h zugehören; es muß also

C S oder R = S ε′ + ε′ e′ + ... = H + h + ...
z. E. = 5,3 + 1 + ... = 6,1 Fuß seyn.

3.) Es steige das Wasser über den gewöhnlichen Wasserstand ε e = ε′ e′ oder h höchstens um eine Höhe e′ w = 𝔥 (z. E. um 0,7 Fußen); also muß,

„damit kein Wasser in das Maschinengebäude, für wel„ches das Rad angelegt seyn soll, bei Hochwasser ein„laufen könne, die Bodenfläche wenigstens um „eine Höhe S w = S ε′ + ε′ e′ + e′ w = H + „h + 𝔥 (z. E. um 5,3 + 1 + 0,7 = 7 Fußen) über „S liegen, und es muß folglich der Halbmesser

„C S oder R = H + h + 𝔥 + ...
z. E. = 5,3 + 1 + 0,7 + ... = 7 + ...
„Fußen seyn.“

4.) Ueber der durch w hindurch horizontal laufenden Oberfläche des Fußbodens des Maschinengebäudes muß aber auch die Radwelle mit ihrer Unterkante um eine gewisse Höhe wu oder 𝔥 (z. E. = $1\frac{1}{4}$ Fuß) erhaben liegen, damit das Kamm- oder Stirnrad, welches man an die Wasserradwelle anzulegen hat, selbst auch noch bei der Annahme, „man wolle es in einer in den Boden des Gebäu„des eingemauerten Laufgrube laufen lassen“, noch etwas über dem Boden stehe und die Welle, wegen des erfor-

derlichen Wellenlagers, nicht zu nahe mit ihrer Unterlinie am Boden liege. Demnach muß der Halbmesser

$$C\mathfrak{S} \text{ oder } R = \mathfrak{H} + h + \mathfrak{h} + \mathfrak{h}' + \ldots$$

$$\text{z. E.} = 5{,}3 + 1 + 0{,}7 + 1{,}25 + \ldots$$

$$= 8{,}25 + \ldots \text{ Fußen seyn.}$$

5.) Endlich muß die Radwelle einen gewissen Halbmesser $Cu = r$ (z. E. $= \frac{3}{4}$ Fußen) haben; demnach muß der Radhalbmesser

$$C\mathfrak{S} \text{ oder } R = \mathfrak{H} + h + \mathfrak{h} + \mathfrak{h}' + r$$

$$\text{z. E.} = 5{,}3 + 1 + 0{,}7 + 1{,}25 + 0{,}75$$

$$= 9 \text{ Fußen haben.}$$

6.) „Man hat also die Größen $\mathfrak{H}$, h, $\mathfrak{h}$, $\mathfrak{h}'$ und r „nach den vorliegenden Umständen zu bestimmen und „daraus R zu berechnen. Ueber den dabei erhaltenen „Werth von R kann man, wenn es für die vorhin geführ„ten Berechnungen zweckmäßig ist, hinauf, aber unter „den Werth von $R = \mathfrak{H} + h + \mathfrak{h} + \mathfrak{h}' + r$ kann man „unmöglich viel herunter.“

§. 60.

Nachdem man die Triebwassermenge $= {}^{r}M$ Cubikfußen (§. 21. a), den Radhalbmesser $C\beta$ oder R (§. 59.), die Zellenzahl N (§. 7. und 8.) und die Zellenbogenlänge $bb' = bb$ rc. oder

$$\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \,.\, R}{N} \text{ Fußen}$$

bestimmt hat, so verfahre man, zur Herstellung einer Harmonie zwischen allen Größen, auf die es bei der zweckmäßigen Anlage eines Sackrades und dem Bewirken der technisch erforderlichen Geschwindigkeit c^{*} des Nutzlastpunktes der Maschine, welche durch das Rad betrieben werden soll, wie folgt:

1.) Aus der für die Gefällgröße ꝛc. angenommenen Einrichtung des Sackrades suche man dessen Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G}$, und zwar, wie folgt:

A.) Die kleinste $\mathfrak{G} = {}^{k}\mathfrak{G} = \frac{1}{2}\, l\,.\, b'\,.\, b''$ Cubikfußen (§. 56, Nr. 1).

Z. B. Für $b' = 0{,}58$, $b'' = 0{,}87$ und $l = 2{,}8$ Fußen ist ${}^{k}\mathfrak{G} = 0{,}70644$ Cubikfußen.

B.) Die größte $\mathfrak{G} = {}^{g}\mathfrak{G} = {}^{k}\mathfrak{G} + l\,.\,0{,}1$ Cubikfußen (§. 56. Nr. 2.)

Z. E. Für ${}^{k}\mathfrak{G} = 0{,}706\ldots$ Cubikfußen und $l = 2{,}8$ Fußen ist beiläufig ${}^{g}\mathfrak{G} = 1$ Cubikfuß.

2.) Aus dieser $\mathfrak{G}$ suche man nun nach der Gleichung

$$c = \frac{\mathfrak{B}'\,.\,{}^{r}M}{\mathfrak{G}} \quad (\text{§. } 55.)$$

die Radgeschwindigkeit c, für die man die Umdrehungskraft P des Rades berechnen und die dieser Kraft entgegen zu setzende Totallast Q der durch das Rad zu betreibenden Maschine so bestimmen will (§. 56. Nr. 4,) daß, nachdem die Maschine in den Gang gekommen ist, die c, wenigstens möglichst beiläufig, Statt haben könne.

3.) Aus dieser c suche man nun die Umlaufszeit

$${}^{u}Z = \frac{6{,}28\,.\,R}{c} \text{ Sekunden.}$$

(§. 56. Nr. 1.), welche zu einer Radumdrehung gehört.

4.) Hierauf bestimme man die Geschwindigkeit c^*, d. h. den Weg, welchen die in der Totallast Q, die man der Kraft P entgegen zu setzen hat, enthaltene Nutzlast Q, in ihrem Bewegungspunkte in einer Sekunde durchlaufen soll, und suche dann aus dieser c^* und aus der für die c gesuchten Umlaufszeit ${}^{u}Z$ eines Radumganges die Einrichtung, die man zwischen der Wasserradwelle und der an diese angehängten Maschine durch Hebedaumenlängen oder Vorgelege zu treffen habe, damit bei der sich con=

stituirten Radgeschwindigkeit c die technisch erforderliche Geschwindigkeit c* des Bewegungspunktes der Nutzlast Q, wenigstens beiläufig gut Statt haben könne.

Ausführliche Beispiele:

1.) Für eine Mahlmühle.

A.) Man setze, man wolle nach den vorliegenden Umständen ein Sack-Rad nach §. 53. Nr. 3. B. und dem dort in Nr. b angenommenen Beispiele anlegen, und es solle also für die dortige gG die $^{k}c = 10{,}95$ Fußen seyn, wofür wir hier 11 Fußen setzen wollen.

B.) Nebst dem setze man, es solle durch dieses Rad, welches rücksichtlich aller Umstände so eingerichtet ist, daß sein Schaufelpunkt β in einer Sekunde einen Geschwindigkeitsbogen $\beta b \ldots = {}^{k}c = 11$ Fußen durchstreichen kann, eine Getreidemühle in Bewegung gesetzt werden, und zwar so,

> „daß z. B. der Läufer in einer Minute wenigstens beiläufig 120 mal und also in $\frac{1}{60}$ Minute oder einer Sekunde $\frac{1}{60} \cdot 120$ oder 2 mal herumlaufe.“

C.) Für die Radgeschwindigkeit $^{k}c = 11$ Fußen ist des Rades Umlaufszeit (§. 56, Nr. 1.) eine Größe

$$^{u}Z = \frac{6{,}28 \cdot R}{11} = \frac{6{,}28 \cdot 9}{11}$$

$$= \frac{56{,}52}{11} = 5{,}138 \text{ Sekunden.}$$

„Es geht also das Wasserrad und somit auch das „an dessen Welle befindliche und in das Getriebe — „den Kumpf — am Mühleisen (der Welle des Läufers) „eingreifende Triebrad in 5,138 Sekunden nur erst ein„mal herum; der Läufer aber soll ja schon in einer „Sekunde zweimal und also in der Zeit $^{u}Z = 5{,}138$ Se-

„kunden einer Radumdrehung 5,138 . 2 oder 10,276 mal „herumgehen.

D.) Demnach muß zwischen der Wasserradwelle und dem Läufer ein Vorgelege (Triebwerk) so angelegt werden,

„daß eine Umdrehung der Wasserradwelle und ih- „res Triebrades 10,276 Umdrehungen des Mühl- „eisens und Läufers giebt.“

E.) Also muß der mechanische Halbmesser r des Kumpfes am Mühleisen in dem mechanischen Halbmesser X der Triebrades an der Wasserradwelle 10,276 mal enthalten, es muß $X = 10{,}276 \cdot r$ seyn.

F.) Wenn man nun dem Kumpfe z. B. 6 solche Stöcke geben will, von welchen jeder mit seinem kreisrunden Querschnitte 2 Werkzolle der Rectifikationslänge des Theilrisses, worin er mit seiner Axe steht, überdeckt, und jeder in dem Theilrisse von dem im nächsten auch um einen 2 Werkzolle langen Bogen absteht, so muß der Theilriß des Kumpfes eine Rectifikationslänge von 6 gleichen Stöcke, und 6 Abstands-Bögen, also eine Länge von 2 mal 6 oder 12 gleichen Bögen haben, von welchen jeder 2 Werkzolle enthält, welche 12 Bögen 2 mal 12 oder 24 Werkzolle enthalten und die gerad ausgespannte Theilriß-Peripherie des Kumpfes ausmachen könnten. Diese Peripherie aber gäbe die Gleichung

$$6{,}28 \cdot r = 24$$

und die Zahl $r = \frac{24}{6{,}28}$ Zollen,

welche Zahl r ungeschickt ist. Deswegen setzen wir statt 24 die Zahl $4 \cdot 6{,}28 = 25{,}12$ Zollen, wodurch wir

$$r = \frac{25{,}12}{6{,}28} = \frac{4 \cdot 6{,}28}{6{,}28} = 4$$

Zollen erhalten. Dabei erhält jeder von den 2mal 6 oder

12 gleichen Bögen des mit dem $r = 4$ Zollen gezogenen 25,12 Zolle langen Theilrißkreises eine Länge von

$$\frac{25{,}12}{12} \text{ oder } 2{,}0933\ldots \text{ Werkzollen,}$$

welche fast 2,1 Werkzolle groß ist, und jeder von den 6 sogenannten Schriftbögen enthält eine Länge von $2 . 2{,}0933.. = 4{,}1866...$ Werkzollen. — Man hat also hier jedem Stocke in seiner cylindrischen Durchschnittsebene eine solche Dicke zu geben, daß er, wenn man ihn mit deren Mittelpunkte auf ein Theilpunkt des Theilrisses aufsetzt, einen Bogen von 2,0933.. Zollen überdeckt, was man leicht durch Versuche bewirken kann.

G.) Da nach vor. Nr. E. der mechanische Halbmesser $\mathfrak{R}$ des Triebrades $= 10{,}276 . r$ seyn soll, so muß dieser für $r = 4$ Zollen (vor. Nr. F.) $= 10{,}276 . 4 = 41{,}104$ Zollen seyn. Dieser giebt für den Theilriß des Triebrades eine Länge

$$= 6{,}28 . \mathfrak{R} = 6{,}28 . 41{,}104$$
$$= 258{,}133\ 12 \text{ Werkzollen.}$$

Wenn man nun auch in diesem Theilrisse einem Schriftbogen für die Breite eines Zahnes oder einer Kamme und den Abstand zweier Zähne oder Kammen eine Länge von 4,1866.. Werkzollen giebt, und dadurch den obigen Theilriß dividirt, so erhält man eine Zahn- oder Kammen-Zahl

$$\mathfrak{Z} = \frac{258{,}133\ ..}{4{,}186\ ...} = 61{,}6\ldots,$$

die offenbar ungeschickt ist. Hier hat man nun $\mathfrak{Z} = 60$ zu setzen, wonach aber, weil die angenommenen 6 Triebstöcke des Kumpfes in den jetzt angenommenen 60 Zähnen oder Kammen des Triebrades 10 mal enthalten sind, der Kumpf und Läufer der Mühle nicht 10,276, sondern nur 10 Umdrehungen während einer 5,138 dauernden Wasserradumdrehung (Nr. C) machen kann, weswegen ferner auch,

weil das Wasserrad in einer Minute = 60 Sekunden $\frac{60.000}{5,138}$ oder 11,67 ... Umdrehungen machen soll, der Läufer in einer Minute nicht 120, wie in Nr. B. beiläufig angenommen worden ist, sondern nur 10 mal 11,67 ... oder 116,7 ... Umdrehungen machen kann.

H.) Da den hier angenommenen 60 Zähnen oder Kammen 60 Schriftbögen zugehören, von welchen jeder die Länge = 4,1866 Werkzollen eines Schriftbogens des Kumpfes (vor. Nr. F.) haben muß, so wird hier die Länge des Theilrisses des Triebrades

$$= 60 . 4,1866 = 251,199 ... = 251,2 \text{ Zollen.}$$

Dazu gehört nun statt des in Nr. G. gefundenen 41,104 Zolle großen mechanischen Halbmessers X ein etwas kleinerer Halbmesser

$$X = \frac{251,20}{6,28} = 40 \text{ Zollen}$$
$$= 10 . r = 10 . 4 \text{ Zollen.}$$

J.) Mit diesem ziehe man nun den Theilkreis des Triebrades, theile diesen in 4 Viertel und jedes Viertel in 3 . 5 oder 15 gleiche Bögen, wodurch man in dem Kreise 4 . 3 . 5 oder 60 Schriftbögen bekommt, von welchen jeder die in Nr. H. geforderte Länge = 4,1866 .. Werkzollen enthalten muß. [Ein solcher Bogen wird dann in 16 gleiche Theilchen getheilt, von welchen also jeder eine $\frac{4,1866}{16}$ oder beiläufig $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ Zoll große Länge bekommt, und 7 Theilchen auf die Zahnbreite (die sogenannte Brüstung), 9 Theile aber auf den Zahnabstand gerechnet werden, wobei der zwischen zwei Zähne oder Kammen tretende Kumpf-Stock im Gange des Werkes 8 Theilchen besetzt, den 9ten aber zum Spielraume behält, und also keine Zwängung im Werke zu fürchten ist. Ueber die Länge, die man den Zähnen oder Kammen zu geben hat,

damit kein Klappern im Gange des Werkes Statt finden könne; sehe man in unserem ausführlichen praktischen Hülfsbuche in der Mechanik (Augsburg, 1834) nach.]

2.) Für eine Holzschneidmühle.

A.) In einer solchen Mühle wird das Sägegatter mit der Säge durch eine Lenkstange, die an dieses und an der Kurbel (den Krumzapfen) einer Schwungradwelle, in welche das Triebrad einer Wasserradwelle eingreift, in Bewegung gesetzt.

B.) Die Säge soll in ihrem aus Hub und Schub bestehenden Wege in einer Sekunde nicht unter 4, aber auch (zur Vermeidung zu großer Erhitzung) nicht über 6 Fuße durchlaufen, und die Länge des Kurbelknies soll zwischen der Axe des Kurbelzapfens und der äußeren Kante der Kurbelwarze nicht kleiner, als 9, aber auch nicht größer als 15 Werkzollen seyn.

C.) Wir wollen hier annehmen, die Kurbelknielänge solle = 12 Zollen seyn. Wenn die Warze einer solchen Kurbel in dem tiefsten Punkte ihres Drehkreises steht, so steht auch das Sägegatter in seiner tiefsten Stelle. Erhebt sich die Warze aus ihrer tiefsten Stelle in die höchste, indem sie von unten aufwärts ihren halben Drehkreis durchstreicht, so erfolgt ein Hub des Sägegatters, welcher, genau mathematisch genommen — —, der doppelten Länge des Kurbelknies, oder, dem Durchmesser des Drehkreises, worin sich die äußerste Kante der Kurbelwarze herumdreht, gleich seyn muß; ist also die Kurbelknielänge (Nr. B.) = k, z. E. = 1 Fuß, so ist der Drehkreisdurchmesser und die Hubhöhe H = 2 k, z. E = 2 Fußen. Eben so groß wird auch, indem die Warze aus der höchsten Stelle ihres Drehkreises in die niedrigste heruntergeht, die Schubhöhe H. Also ist die ganze Länge eines Gatterspieles = 2 H = 2 . 2 k = 4 k, z. E. = 4 . 1 = 4 Fußen.

D.) Wir wollen ferner annehmen,

„es sollen im Gange der Maschine jedesmal die
„4 k Fuße des Hin- und Herweges oder Spie-
„les des Gatters in einer Sekunde vollendet
„werden.“

Dazu ist erforderlich, daß im Gange der Maschine die Kurbelwelle, an welcher das Schwungrad sitzt, in einer jeden Sekunde einmal herumgehe. Da nun das Wasserrad erst in 5,138 Sekunden einmal herumgehen soll (vor. Beisp. 1, Nr. C.), so muß der Schwungradwelle ein Kumpf und der Wasserradwelle ein Stirnrad so gegeben werden,

„daß, wenn das Wasserrad in 5,138 Sekunden
„einen Umgang macht, die Schwungradwelle
„5,138 Umgänge machen muß.“

E.) Giebt man dieser Welle 12 in sie eingelegte Triebstäbe, von welchen jeder 2 Zolle dick ist, so muß die Länge des durch die Mitten der Dicken der Triebstäbe gehenden Theilkreises $= 12 \cdot 4 = 48$ Zollen seyn. Dazu gehört ein Halbmesser

$$r = \frac{48,00}{6,28} \text{ Zollen.}$$

Damit hier $r = 8$ Zollen werde, so wollen wir die Theilkreislänge $= 8 \cdot 6,28 = 50,24$ Zollen setzen, welche in 12 Schriften eingetheilt $\frac{50,24}{12}$ oder 4,1866 . . . Zolle für eine Schrift giebt, wornach also die Schrifthälfte für einen Triebstab $= \frac{1}{2} \cdot 4,186 = 2,0933 \ldots$ also fast $=$ 2,1 Zoll wird.

F.) Man nehme also eine wohl abgedrehte Schwungradwelle, deren Halbmesser $r' = (r + 1) = (8 + 1) =$ 9 Zollen ist; in diese drehe man an der nöthigen Stelle einen Hals zum Einlegen der Triebstäbe ein, welcher 6 Zolle lang und 2,1 Zoll tief ist, weil jeder Triebstab

fast 2,1 Zoll dick seyn soll. Die Ränder des Halses theile man in 12 gleiche Bögen, jeden Bogen aber theile man dann noch in 2 Hälften; nach diesen Hälften meisele man in das Wellenholz vierkantige 3 Zolle lange Lager für die 3 Zolle langen und fast 2,1 Zoll dicken vierkantigen Köpfe der Triebstäbe (von welchen jeder 3 + 6 + 3 Zolle lang ist) ein, und befestige dann die Stäbe durch Nägel und eiserne über ihre Köpfe her getriebene $1\frac{1}{2}$ Zoll breite Ringe, wobei der durch die Mitten der Dicken der cylindrischen Mitteltheile der Triebstäbe laufende Schriftbogen-Hälfte eine Länge von 2,0933 Werkzollen erhalten und auch der Abstandsbogen zweier Stäbe dieselbe Länge (beiläufig — aber doch genau genug —) erhalten muß.

G.) Zu der so bestabten Welle des Schwungrades gehört nun ein Stirnrad der Wasserradwelle, welches so viele den Triebstäben und ihren Abständen angemessene Zähne hat,

„daß, wenn das Wasserrad und Stirnrad in „5,138 Sekunden einmal herumgeht, die „Schwungradwelle gerade 5,138 mal herum„gehe (vor. Nr. D).“

Demnach müßte der Theilriß des Stirnrades 5,138 mal so viel Schriftbögen enthalten, als der Theilriß des Kumpfes der Schwungradwelle enthält, er muß also

5,138 . 12 oder 61,656

Schriftbögen, und Zähne und Zahnabstände enthalten. Diese gebrochene Zahl ist aber offenbar ungeschickt und man kann sie in 60 und auch in 64 verwandeln. Wir wollen sie hier z. B. in 64 verwandeln, wobei dann, wenn das Stirnrad einmal herumgeht, die Schwungradwelle wegen ihrer 12 Stäbe $\frac{64}{12}$ oder 5,33 . . . mal herum gehen muß. Weil der einmalige Umgang des Wasser- und Stirnrades 5,138 Sekunden dauert (vor. Nr. D.), so dauert nun hier einer von 5,33 . . . Um-

gängen der Schwungradswelle $\frac{5,138}{5,333}$ oder 0,963... Sekunden und es braucht also die Säge zu ihrem 4 Fuße langen Spiele (vor. Nr. D.) etwas weniger, als eine Sekunde.

H.) Die 64 Schriftbögen, von welchen jeder 4,1866 Zolle enthalten muß (Nr. E.), geben eine Theilkreislänge = 268,9424 Zollen, dessen Halbmesser

$$X = \frac{268,94...}{6,28} = 42,88 \text{ Werkzollen.}$$

Man ziehe also einen Kreis mit einem X = 42,9 Werkzollen, und theile diesen in 64 Schriftbögen, so wird jeder Bogen genau genug eine Länge von 4,1866 Zollen erhalten.

Drittes Kapitel.

Von der Bestimmung der ersten Ausflußzelle.

§. 61.

Unter denjenigen geladenen Zellen, welche unterhalb der ersten bis zu ihrem Ladungsende geladenen Zellen ba... (vor welcher sich eine Sperrungszelle a b c befindet) folgen, muß eine gewisse Zelle Statt haben, welche zuerst von ihrer Ladung gL Wasser auf den Kropfgerinnboden auffallen läßt, und dadurch weniger durch Gewicht des Wassers, welches sie in sich trägt, für die Radumdrehung wirksam wird, dagegen aber auch nun von dem in das Kropfgerinn ausgegossenen Wasser durch Seiten=

druck dieses an ihre Vorderschaufel sich anstemmenden Wassers vorwärts getrieben, und für die Radumdrehung wiederum in gewissem Grade wirksam werden muß.

§. 62.

Wenn eine bis zu ihrem Ende geladene Zelle ba... mit ihrer Wasserladung abwärts geht, so rückt der Spiegel cb' des in ihr befindlichen Wassers an der Vorderschaufel ab von b aus gegen b hin vorwärts und an der Hinterschaufel ac, oder, falls die Zelle vierkantig ist, an dem Bodenbrette cc* hingegen rückt er von c aus abwärts. Sobald die ba... in ihrem Abwärtsgange bis in eine solche Stelle St des Drehkreises AS... gekommen ist, neben welcher der in der Zelle bewegliche Spiegel des Ladungswassers in eine durch die Vorderkante ihrer Vorderschaufel gezogene und durch die Stelle St des AS... laufende Horizontallinie eingetreten ist, so muß das Wasser der Zelle anfangen, über die Vorderkante der Vorderschaufel hinweg in das Gerinn einzulaufen. „Wenn man also durch mehrere unterhalb der „Zelle ba... befindliche Zellen solche horizontale Li„nien, z. B. 9...p, 8...p', 7...p'', 6...p''' ꝛc., welche „überhalb der Linien 9...9, 8...8 ꝛc. der Vorderschau„feln liegen, zieht, so muß eine von diesen Zellen dieje„nige seyn, die im Gange des Rades zuerst Wasser aus „sich in das Kropfgerinne einfließen läßt.“

§. 63.

Dabei hat man nun weiter zu erwägen, ob die Zellen drei- oder vierkantige sind.

1.) In einer dreikantigen ersten Ausflußzelle muß der lothrechte Dickendurchschnitt des in ihr befindlichen Wassers ein im Scheitel der Zelle rechtwinklichtes Dreieck, z. E. 6..6..0 oder 7..7..0

oder ꝛc. seyn, dessen vorderes Perpendikel (z. B. 6..6) die Länge hat, welche der ganzen Breite ab oder b der Vorderschaufel einer Zelle gleich ist, und dessen hinteres Perpendikel (z. B. 6..0) eine gewisse Länge hat, die ein gewisser Theil der Breite ac oder b′ einer Hinterschaufel (z. E. der Theil 6...0 von der 6...c oder b) seyn muß.

2) In einer vierkantigen ersten Ausgußzelle muß der lothrechte Dickendurchschnitt des in ihr befindlichen Wassers ein im Scheitel der Zelle stumpfwinklichtes Viereck (z. B. 9...9...c*...p) seyn, dessen längste Seite die Horizontallinie des Wasserspiegels (z. B, die 9...p), dessen kürzere Seite ferner (z. E. 9...9) die Breite b der Vorderschaufel, dessen noch kürzere Seite ferner (z. B. 9...c*) die Breite b′ der Hinterschaufel der Zelle und dessen kürzeste Seite (z. B. c**...p) ein Theil der Breite c**...c eines Bodenbrettes des Rades ist.

§. 64.

Zum Auffinden der ersten Ausgußzelle dient nun Folgendes:

1.) Für dreikantige Zellen bac.

A.) Man berechne den Quadratinhalt $\mathfrak{Q}$ des lothrechten Dickendurchschnittes b′ac der Wasserladung $g\mathfrak{L}$ der ersten bis zum Ende geladenen Zelle bac. Dieser ist, wenn die vordere Wasserlinie $ab' = b''$ und die hintere $= ac = b'$ Fußen ist, eine Größe

$$\mathfrak{Q} = \tfrac{1}{2}\, b'' \,.\, b' \text{ Quadratfußen,}$$

(denn bei a ist ja ein rechter Winkel ꝛc.)

Z. B. Für ab′ oder $b'' = 0{,}87$ Fußen (§. 49 b. Nr. 4) und ac oder $b' = 0{,}58$ Fußen (§. 49 a.) ist $\mathfrak{Q} = \tfrac{1}{2} \,.\, 0{,}87 \,.\, 0{,}58 = 0{,}2523$ Quadratfußen.

B.) Unter den Zellen unterhalb der $b\,a\,c$, durch deren Vorderkanten man horizontale Linien, z. B. 9...p, 8...p ꝛc. gezogen hat, muß die erste Ausgußzelle diejenige seyn,

„bei welcher der lothrechte dreiseitige Dickendurchschnitt „ihrer ganzen Wasserladung gL ein Dreieck ist, welchem eine Basis = b und eine Höhe x zugehört, die „mit der Hälfte der b multiplicirt einen Quadrat„Inhalt

$$\tfrac{1}{2} b \, . \, x = \mathfrak{Q} = \tfrac{1}{2} b'' \, . \, b'$$

„Quadratfußen ist (vor. Nr. A).“

Diese Gleichung giebt die Höhe

$$x = \frac{2 \, . \, \mathfrak{Q}}{b} = \frac{b'' \, . \, b'}{b} \text{ oder } = \frac{b'a \, . \, ac}{ba} \text{ Fußen.}$$

Z. B. Für $\mathfrak{Q}$ = 0,2523 Quadratfußen (vor. Nr. A.) und b = 1,3 Fußen (§. 40, Nr. 3.) hat man

$$x = \frac{2 \, . \, 0{,}2523}{1{,}3} = \frac{0{,}5046}{1{,}3000}$$

$$= 0{,}388 \text{ Fußen oder fast } = 0{,}39 \text{ Fußen.}$$

C.) Man suche nun unter den rechtwinklichten Dreiecken 9...9...0, 8...8...0, 7...7...0 ꝛc. dasjenige auf, dessen auf der Vorderschaufellinie stehendes Perpendikel entweder = 0,39 oder nur um ein Geringes größer ist; das ist in unserem Radrisse das Dreieck 8...8...0, denn dessen auf der Basis 8...8 = b = 1,3 Fußen stehendes Perpendikel 8...0 oder x ist fast = 0,39 Fußen, und giebt also den Quadratinhalt

$$\mathfrak{Q}' = \tfrac{1}{2} b x = \tfrac{1}{2} \, . \, 1{,}3 \, . \, 0{,}39 = 0{,}234$$

Quadratfußen, welcher mit dem in Nr. A. angegebenen $\mathfrak{Q} = \tfrac{1}{2} b'' . b = 0{,}252$ des Dreieckes $b'ac$ genau genug übereinstimmt.

„Demnach ist hier, genau genug genommen, die Zelle „8...8...c die erste Ausgußzelle und die neben der

„Zahl 8 des Drehkreises A S... befindliche Stelle St „dieses Kreises, die, wo im Gange des Rades der „erste Ausguß geschieht.“

2.) Für vierkantige Zellen bac^*c.

A.) Der lothrechte Dickendurchschnitt der Wasserladung gL einer solchen Zelle besteht aus zweien Dreiecken nämlich:

a) aus dem bei a rechtwinklichten Dreiecke $b'ac$, dessen Quadratinhalt

$\mathfrak{Q} = \frac{1}{2} \cdot b'a \cdot ac = \frac{1}{2} \cdot b'' \cdot b'$ (vor. Nr. 1.)

(z. B. = 0,2523) Quadratfußen ist;

b) aus dem bei a spitzwinklichten Dreiecke cac^* dessen Quadratinhalt nach §. 49, b) Nr. 3. eine Größe

$q = cc^* \cdot \frac{1}{2} \cdot ac' = 0{,}4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 = 0{,}1$

Quadratfußen ist.

B.) Es ist also der lothrechte Dickendurchschnitt $b'ac^*c$ der ganzen Wasserladung gL der ersten bis zum Ladungsende geladenen Zelle bac^*c eine Größe

$$\mathfrak{Q} + q = \frac{1}{2} \cdot b' \cdot b'' = cc^* \cdot \frac{1}{2} \cdot ac'$$

$$\text{z. B.} = 0{,}2523 + 0{,}1 = 0{,}3523$$

Quadratfußen.

C.) Indem diese bis zur Horizontallinie $b'c$ mit Wasser geladene Zelle bac^*c im Gange des Rades abwärts geht, rückt (§. 62.) der Wasserspiegel $b'c$ an der Vorderschaufel von b' aus bis b vorwärts und hinten am Bodenbrette c^*c des Rades rückt er dabei von c aus gegen c^* hin abwärts und das dauert so lange, bis er in eine von den horizontalen Linien $9..p$, $8..,p'$, $7...p''$ ꝛc., die man durch die Oberkannten der Vorderschaufeln mehrerer unterhalb der bac^*c befindlichen Zellen gezogen hat, eingetreten ist, wo dann neben einer gewissen Stelle

St′ des Drehkreises AS... das Wasser der abwärts gegangenen Zelle bac*c anfangen muß, in das Kropfgerinn einzufließen. (§. 62.)

D.) Wenn sich der Wasserspiegel auf die vorbeschriebene Weise bis zur Oberkante der Vorderschaufel und bis zum Anfange des Ausflusses des Wassers der abwärts gegangenen Zelle bac*c bewegt hat und hinten am Bodenbrette c*c des Rades von c an um etwas gegen c* hin niedergesunken ist, so muß »falls noch kein Wasser aus der »niedergegangenen Zelle ausgelaufen ist, diese »Wasserspiegelsenkung hinten am Bodenbrette des »Rades kleiner seyn, als sie seyn kann, wenn schon Was»ser aus der Zelle in das Kropfgerinn eingeflossen ist.«

E.) Dieser Satz dient uns zum Bestimmen der bei den vierkantigen Zellen Statt habenden ersten Ausgußzelle und der zu dieser gehörenden Ausgußstelle St′ des Drehkreises AS... des Rades. — Die Horizontallinie 9...p, 8...p′, 7.. p″ ꝛc. die man (nach § 62.) gezogen hat, laufen durch die zweiten und zwar spitzwinklichten Dreiecke c* c c* c ꝛc. der Zellen 9..9..c*c, 8..8..c*c, ꝛc. und schneiden von diesen Dreiecken dreiseitige Stückchen opc, op′c ab. Diejenige von diesen Horizontallinien 9..p, 8...p′ ꝛc. »welche das kleinste Stückchen »z. B. opc von dem Hinterdreiecke (z. B. dem c9c*) »des lothrechten Dickendurchschnittes der Zelle (z. E. »des 9..9..cc*) abschneidet,« zeigt,

»»daß aus derjenigen Zelle, welcher eine solche Ho»»rizontallinie zugehört (z. B. aus der Zelle »»9...9...c*c, zu welcher die Horizontallinie 9..p »»gehört) nur erst noch wenig Wasser von der gan»»zen Wasserladung gL der Zelle über die Oberkante »»der Vorderschaufel der Zelle z. B. über die »»Kante 9 der Schaufel 9...9) in das Kropfgerinn »»hinein gelaufen sey.««

und man kann also, genau genug für die Praxis —, annehmen,

„„es sey die vierkantige Zelle, deren durch die „„Oberkante ihrer Vorderschaufel gezogene Ho- „„rizontallinie am wenigsten vom Hinter- „„dreiecke des lothrechten Dickendurchschnittes der- „„selben abschneidet, beiläufig die erste Aus- „„gußzelle und die Stelle St' des Drehkreises „„A S ... durch welche ihre Horizontallinie streicht, „„beiläufig die erste Stelle, neben dem Kropfgerinn- „„boden, wo das Ausfließen des Zellenwassers in „„das Gerinn anfängt.““

F.) Hiermit ist gezeigt, wie man bei vierkantigen Zellen die erste Ausgußzelle und die ihr zugehörende Stelle St' des Drehkreises A S ... beiläufig, aber doch zureichend genau, bestimmen könne.

Z. B. Bei uns ist nach dem Vorigen die Zelle 9...9...c*c beiläufig genommen, die erste Ausgußzelle und St' ist die dazu gehörende Stelle des Drehkreises A S..., weil das Dreieckchen o p c das kleinste von den Abschnittdreieckchen o p c und o p' c, ist ꝛc. welche die Horizontallinien 9...p, 8...p' geben, ist.

G.) Wenn das Bisherige richtig ist, so muß das im Zellenscheitel (hier 9) rechtwinklichte Vorderdreieck (hier 9...9...0) einen Quadratinhalt

$$\mathfrak{Q}^* = \tfrac{1}{2}\,(9\ldots9) \times (9\ldots0) = \tfrac{1}{2}\,ab \times (9\ldots0)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,b \times (9\ldots0)$$ haben, welcher mit dem Reste des Hinterdreieckes 9..c*c der ersten Ausgußzelle 9..9..c*c, also mit 9...0..p..c* (welcher Rest, wenn der Ausguß anfängt, noch gänzlich mit Wasser gefüllt seyn muß) zusammen genommen dem lothrechten Dickendurchschnitte b'a c*c der Wasserladung g$\mathfrak{L}$ der ersten geladenen Zelle b a c*c gleich, also (nach vor. Nr. B)

$= \mathfrak{Q} + q = b'ac + cac^* = \frac{1}{2} . b'' . b' + \frac{1}{2} . cc^* . ac$
$= 0{,}2523 + 0{,}1$
$= 0{,}3523$ Quadratfußen

seyn; und da in dem Durchschnitte 9..9..c* c der Rest 9..0..p..c* des Hinterdreieckes 9..cc* um das Stückchen opc kleiner ist, als das Hinterdreieck 0..cc* = cac* = 0,1 Quadratfuß, so muß des Vorderdreiecks 9..9..0 Quadratinhalt $\mathfrak{Q}^* = \frac{1}{2}$ b. (9...0) Quadratfußen um etwas größer seyn, als das Vorderdreieck b'ac oder $\mathfrak{Q} = 0{,}2523$ Quadratfußen in dem Durchschnitte b'ac* c oder $\mathfrak{Q} + q = 0{,}2523 + 0{,}1$ Fußen. — Die Probe ist folgende:

Man messe zu der Basis 9...9 = b = 1,3 Fußen die Höhe (9...0) des Vorderdreieckes 9...9...0, für die man nach unserem Maßstabe beiläufig 0,454 Fuße findet;) diese giebt mit der b = 1,3 Fußen des Vorderdreiecks Quadratinhalt

$\mathfrak{Q}^* = \frac{1}{2} . b . (9...0) = \frac{1}{2} . 1{,}3 . 0{,}454$
$= \frac{1}{2} . 0{,}5902 = 0{,}2951$

Quadratfußen. Dieser unterscheidet sich von dem b'ac oder $\mathfrak{Q} = \frac{1}{2} . b'' b' = \frac{1}{2} . 0{,}87 . 0{,}58 = 0{,}2523$ Quadratfußen um die beiläufige Differenz

$\mathfrak{Q}^* - \mathfrak{Q} = 0{,}2951 - 0{,}2523 = 0{,}0428$

Quadratfußen, und um so viel muß also beiläufig der Quadratinhalt des Restes 9...0... p'...c* des Hinterdreieckes 9....c* c = cac* = 0,1 Quadratfuß kleiner seyn, als 0,1 Quadratfuß. — Die bisherige Proberechnung beweißt die beiläufige Giltigkeit unserer in Nr. A bis G angestellten Untersuchungen.

Viertes Kapitel.

Von der Untersuchung der Richtigkeit der Berechnungen der Zellenladungen.

§. 65.

Wenn man die erste Ausgußzelle bei St oder St′ gefunden hat, so zähle man von dem im Theilkreise τT... liegenden Scheitel derselben in diesem Kreise aufwärts die Scheitel aller Zellen, die mit Inbegriff der ersten bis zu ihrem Ladungsende geladenen Zellen ba..., ganze Wasserladungen g𝔏 enthalten. Dadurch erhält man die Zahl 𝔑 der mit ganzen Ladungen g𝔏 beschwerten Zellen.

Z. B. Nach unseren Beispielen ist,

a) für dreikantige Zellen vom Scheitel 8 der ersten Ausgußzelle 8...8...c an bis zum Scheitel a der ersten Endladungszelle bac die Zahl 𝔑 der mit ganzen Ladungen versehenen Zellen = 5 (die bac mit eingerechnet —).

b) Für vierkantige Zellen, bei welchen der Scheitel der ersten Ausgußzelle in 9 fällt, ist die Zahl 𝔑 = 5 − 1 = 4.

§. 66.

Von St oder St′ bis zu der Sperrungszelle b hat man 𝔑 Bögen des Drehkreises, von welchen jeder eine Länge

$$\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \,.\, R}{N} \text{ Fußen hat;}$$

demnach hat man von St oder St' hinauf bis zur Stelle b einen Bogen

$$b\,\text{St oder } b\,\text{St}' = \mathfrak{N} \,.\, \mathfrak{B}' = \mathfrak{N} \,.\, \frac{6{,}28 \,.\, R}{N}$$

Z. B. Für $R = 9$ Fußen und $N = 80$ Zellen ist

$$\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28 \,.\, 9}{80} = \frac{56{,}52}{80}$$
$$= 0{,}7065 \text{ Fußen.}$$

Wenn man also vierkantige Zellen hat, bei welchen nach unseren Beispielen $\mathfrak{N} = 4$ ist, so ist da der Bogen

$$b\,\text{St}' = 4 \,.\, \mathfrak{B}' = 4 \,.\, 0{,}7065 = 2{,}8260 \text{ Fußen.}$$

§. 67.

Von der Sperrungsstelle b an bis zur obersten Einflußstelle β folgt der Wasserbogen β b, dessen Länge $\mathfrak{B}$ in §. 29. berechnet worden ist.

Z. B. Für unsere dort angenommenen Abmessungen ist β b oder $\mathfrak{B} = 0{,}9891$ Fußen.

§. 68.

Also ist der Wasserladungsbogen $^{\text{wl}}\mathfrak{B}$, d. h.

$$\beta\,\text{St oder } \beta\,\text{St}' = \beta\,b + \mathfrak{N} \cdot \mathfrak{B}'$$
$$= \mathfrak{B} + \mathfrak{N} \,.\, \frac{6{,}28 \,.\, R}{N} \text{ Fußen.}$$

Z. B. Für $\mathfrak{B} = 0{,}9391$ und $\mathfrak{N} \,.\, \mathfrak{B} = 2{,}826$ Fußen (bei vierkantigen Zellen — vor. §. 66.) ist $^{\text{wl}}\mathfrak{B}$, d. h. hier der Bogen $\beta\,\text{St}' = \mathfrak{B} + \mathfrak{N}, \mathfrak{B}' = 0{,}9891 + 2{,}826 = 3{,}8151$ Fußen.

§. 69.

Es sei der Geschwindigkeitsbogen, welchen eine Schöpfzelle von β an in einer Sekunde abwärts im Dreh-

kreise A S... durchstreicht, $= c$ Fußen, dann ist die Zeit Z, in welcher der Wasserladungsbogen $^{wl}\mathfrak{B}$ von β an bis St oder von β bis St′ von der Oberkante β der Vorderschaufel einer abwärts gehenden Zelle durchstrichen wird, eine Größe

$$Z = \frac{^{wl}\mathfrak{B}}{c} \text{ Sekunden.}$$

Z. B. Für $^{wl}\mathfrak{B} = 3{,}8151$ Fußen (§. 68.) und $c = 10{,}95$ (§. 56, Nr. 3. — — für vierkantige Zellen und eine bedeutende Zuflußmenge ^{r}M — —) hat man

$$Z = \frac{3{,}8151}{10{,}9500} = 0{,}348 \text{ Sekunden.}$$

§. 69.

In 1 Sekunde sei die Zuflußmenge des Wassers, $= {}^{r}M$ Cubikfußen, dann kommt auf die Z Sekunden, in welchen eine Zelle von β bis St oder St′ den Wasserladungs-Bogen $^{wl}\mathfrak{B}$ durchstreicht, eine Wasserladung $^{w}L = Z \,.\, {}^{r}M$.

„„Diese ist unter die von β bis St oder St′ auf „„einander folgenden geladenen Zellen vertheilt, und „„die Ladungen dieser Zellen müssen, wenn sie richtig be„„rechnet sind, zusammen genommen eine Größe $= {}^{w}L$ „„geben.““

Z. B. Für $^{r}M = 15{,}5$ Cubikfußen (§. 21, a.) und $Z = 0.384$ (für vierkantige Zellen gerechnet — §. 66.) ist

$$\begin{aligned} ^{w}L &= 15{,}5 \,.\, 0{,}348 \\ &= 5{,}394 \text{ Cubikfußen Wasser.} \end{aligned}$$

§. 70.

Die ganze Ladung ^{g}L einer Zelle ba... ist nach §. 57, b.) eine Größe

$$g\mathfrak{L} = \frac{6{,}28 \,.\, R\ rM}{c\,.\,N} \text{ oder}$$

$$= \frac{\mathfrak{B}'}{c}\,,\ {}^{r}M \text{ Cubikfußen } (\S.\ 53.)$$

Z. B. Für $\mathfrak{B}' = 0{,}7065$ Fußen (§. 66.),
c = 10,95 Sekunden (§. 68 u. §. 56, Nr. 3.)
und $^{r}M = 15{,}5$ Cubikfußen (§. 21 a.) ist nach §. 60, Nr. 4.

$$g\mathfrak{L} = \frac{0{,}0365}{10{,}95}\,.\,15{,}5 = 1 \text{ Cubikfuß Wasser.}$$

§. 71.

Die Größe $g\mathfrak{L}$ giebt, wenn man sie mit der Zahl $\mathfrak{N}$ der von der ersten Endladungszelle ba... bis zur ersten Ausgußzelle bei St oder St' auf einander folgenden Zellen, die ganze Ladungen $g\mathfrak{L}$ enthalten, und welchen $\mathfrak{N}$ Bögen bb, b...11 ꝛc. zugehören, multiplicirt, den ersten Wasserladungstheil

$$^{w}LT = \mathfrak{N}\,.\,g\mathfrak{L} \text{ Cubikfußen}$$

der ganzen ^{w}L (§. 69.)

Z. B. Für $g\mathfrak{L} = 1$ Cubikfuß (§. 70.) und $\mathfrak{N} = 4$ (bei vierkantigen Zellen — §. 65.) hat man

$$^{w}LT = 4 \text{ Cubikfußen.}$$

§. 72.

Die Wasserbogenmenge, welche in die Zellen kommt, während diese durch den Wasserbogen $\beta b = \mathfrak{B}$ Fußen hindurch gehen und die den zweiten Wasserladungstheil der ganzen ^{w}L (§. 69.) ausmacht, ist nach §. 32. eine Größe

$$^{wb}M = \tfrac{1}{2}\,.\,\frac{\mathfrak{B}}{c}\,.\,{}^{r}M \text{ Cubikfußen,}$$

worin $\mathfrak{B}$ nach §. 29. zu berechnen ist.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

3. B. Für $^{r}M = 15{,}5$ Cubikfußen (§. 21[a]),
$\mathfrak{B} = 0{,}9891$ Fußen (§. 29, Nr. 4.) und
$c = 10{,}95$ Fußen (§. 56, Nr. 3. — für vierkantige Zellen und eine große ^{r}M) hat man

$$^{wb}M = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{0{,}9891}{10{,}9500} \cdot 15{,}5 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{15{,}3310}{10{,}9500}$$

$$= \frac{7{,}660}{10{,}9500} = 0{,}7 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

§. 73.

Diese Wasserbogenmenge ^{wb}M muß mit dem Wasserladungstheile ^{w}LT zusammengenommen der Wasserladung

$$^{w}L = Z \cdot {}^{r}M,$$

gleich, es muß

$$^{w}LT + {}^{wb}M = Z \cdot {}^{r}M \text{ Cubikfußen seyn.}$$

3. C. Wir hatten in §. 69. für ^{w}L oder $Z \cdot {}^{r}M$ den Werth $= 5{,}394$, für $^{w}L\,T$ oder $\mathfrak{N} \cdot g\mathfrak{L}$ in §. 71. den Werth $= 4$, und für ^{wb}M in §. 72. den Werth $= 0{,}7$ Cubikfußen gefunden; die beiden Werthe von ^{w}LT und ^{wb}M geben hier die Summe $^{w}LT + {}^{wb}M = 4 + 0{,}7 = 4{,}7$ Cubikfußen. Vergleichen wir diese Summe mit dem Werthe 5,035 von ^{w}L (§. 69.), so erhalten wir die Differenz $5{,}394 - 4{,}7 = 0{,}694$ Cubikfußen.

„Es stimmt also unsere Berechnung der Zellenladungen, „die von β bis St′ auf einander folgen, mit der Berechnung der ganzen Wasserladung ^{w}L nur in dem Grade „überein, daß die Summe der Zellenladungen um einen Unterschied $= 0{,}694$ Cubikfußen kleiner herauskommt, als „sie nach dem von uns für ^{w}L erhaltenen Werthe herauskommen müßte. Dieser Unterschied, welcher ohngefähr „nur $\frac{1}{8}$ der Größe ^{w}L beträgt, kommt vornehmlich von un=

Bayerische Staatsbibliothek München

„serer nur beiläufig richtigen Bestimmung der ersten „Ausgußzelle, ferner aber auch von den nicht ganz genau „meßbaren Größen b′, b″ 2c., von der nur bis auf Tau„sendtel berechneten Peripherie = 6,28 R des Drehkreises „A S... und den vielen Rechnungen mit unvollständi„gen Decimalbrüchen her; er gereicht aber den künftig zu „liefernden Berechnungen der Kraftsumme, welche das Was„ser für die Radumdrehung gewährt, nicht zum Nachtheile, „eben darum, weil wir in unseren künftigen Berechnun„gen nur unsere Größen wLT und wbM, deren Sum„me kleiner, als die wL ist, in Rechnung bringen, „und somit also ganz gewiß für die Praxis sicher „genug rechnen."

Fünftes Kapitel.

Von den Gewichtsmomenten der Zellenladungen, welche von oben herunter bis zur Ausgußstelle St oder St′ aufeinander folgen, und den aus diesen sich ergebenden Reduktionskräften.

§. 74.

Die Gewichte der Wasserprismen, welche in den mit Wasser beschwerten Zellen enthalten sind, hat man sich in den Schwerpunkten dieser Prismen vereinigt zu denken. Diese Punkte liegen alle in der durch die Mitten der Länge l der Prismen gehenden lothrechten Durchschnittsebene des Rades, für die wir jetzt die Ebene un-

serer Radzeichnung, die wir uns lothrecht aufgestellt denken, annehmen wollen; ferner liegen diese Punkte in den lothrechten Wasserprismendurchschnitten, welche die vorgenannte lothrechte Durchschnittsebene in den Prismen erzeugt, zu welchen Durchschnitten z. E. das Dreieck b′ a c oder das Viereck b′ a c* c gehört.

§. 75.

Wollte man also die Gewichtsmomente aller Zellenladungen, die in dem Augenblicke der Radumdrehung, in welchem eine Zelle zu einer Sperrungszelle b a... geworden ist, und unter dieser eine bis zum Ende der Ladung gekommene Zelle b a... steht, Statt haben müssen, genauest berechnen, so müßte man von der Zelle b a... an, bis zur ersten Ausgußzelle alle Wasserdurchschnitte einzeichnen und deren Schwerpunkte suchen; und ferner müßte man auch die Durchschnitte der Wasserladungen in den über der Zelle b a... befindlichen Zellen einzeichnen und deren Schwerpunkte bestimmen.

§. 76.

Dieser einerseits sehr schwierigen und anderseits doch unnöthigen Arbeit können wir ausweichen auf solche Weise, „daß wir die Gewichtsmomente, damit wir für die „Praxis lieber zu wenig als zu viel rechnen, um ein „Geringes zu klein berechnen, indem wir annehmen, „es liegen die Schwerpunkte der lothrechten „Durchschnitte aller Wasserladungen der Zellen „von der Sperrungszelle b a′... an bis zur ersten „Ausgußzelle in den Scheiteln a′, a, a, 11, „10 ..... dieser Durchschnitte.“ Diese Durchschnitte sind meistens von der Art, daß die an den Hinterschaufeln liegenden Dreiecke kleiner sind, als die, welche an den Vorderschaufeln liegen, weswegen (wie einige Zeichnung-

proben für die Bestimmung der Schwerpunkte solcher Durchschnitte zeigen) anzuerkennen ist, „daß diese Punkte weiter „von dem lothrechten Halbmesser C S des Rades abstehen, als „die Scheitel der Zellendurchschnitte, daß also die in den „Schwerpunkten der Wasserdurchschnitte anzunehmenden Gewichte der Zellenladungen etwas größere „Gewichtsmomente für die Radumdrehung geben, als es „der Fall ist, wenn man diese Gewichte in den Scheiteln der geladenen Zellen annimmt, daß man also für „die Praxis ganz gewiß sicher, aber auch nicht „übermäßig zu wenig, rechnet, wenn man annimmt, es sei das Gewicht einer jeden Zellenladung in dem Scheitel des mittelsten lothrechten Zellendurchschnittes vereinigt und lothrecht abwärts für die Radumdrehung wirksam.

§. 77.

Zur Bestimmung der Gewichtsmomente der Zellenladungen und der aus diesen sich ergebenden Reduktionskräfte verfahren wir nun bei der Annahme, die Gewichte der Ladungen seien in den Scheiteln der geladenen Zellen vereinigt, wie hier folgt:

1.) Für die unter der Sperrungszelle ba'... bis zur ersten Ausgußzelle folgenden Zellen, von welchen jede die Ladung g𝔏 enthält.

A.) Von den Scheiteln a, 11, 10, ... dieser Zellen (wir lehren hier meistens beispielsweise für unsern Radriß — —, jedoch so, daß man auch daraus für andere Radrisse das Nöthige lernen kann), ziehe man aufwärts auf den horizontalen mechanischen Radhalbmesser $C\tau = R^*$ Fußen Perpendikel a 1, 11..2, 10..3, 9..4, ꝛc. wodurch man in dem Halbmesser $C\tau = R^*$ die Entfernungen

C1, C2, C3, C4, ꝛc.

erhält, um welche die Gewichte der Zellenladungen g𝔏, die wir als in

a, 11, 10, 9, ꝛc.

vereinigt annehmen, von der Umdrehungsaxe C des Rades abstehen, welche Entfernungen zum Bestimmen der Umdrehungs-Momente

m^1, m^2, m^3, m^4, ꝛc.

der vorgenannten Gewichte gehören.

B.) Von der Stelle τ des lothrechten Halbmessers $C\tau = R^*$ bis zum Scheitel a der ersten Endladungszelle ba... findet eine gewisse Zahl $\mathfrak{N}^*$ von Eintheilungsbögen τ^1, 1..2, 2..3 ꝛc. des Theilkreises τT... Statt, welche Zahl $\mathfrak{N}^*$ in jedem Radrisse durch Abzählung der Bögen leicht gefunden werden kann, und für welche also allgemeine Rechnungen gänzlich unnütz sind. Diese Zahl $\mathfrak{N}^*$ ist in unserem Radrisse, nach den bei Entwerfung desselben angenommenen Größen, von welchen ein solcher Riß abhängt, die aufwärts im Bogen τT von 1 bis a gezählte Zahl 12. Jeder Eintheilungsbogen τ...1, 1...2, 2...3, ꝛc. oder Eintheilungswinkel $\tau C1$, $1C2$, $2C3$, ꝛc. muß ferner nach der Beschaufelungszahl N enthalten $\frac{360}{N}$ Grade.

Z. B. Bei uns ist $N = 80$ und also ist ein Eintheilungswinkel $w = \frac{360}{80} = 4\frac{1}{2}$ Graden.

C.) Also lassen sich aus $\mathfrak{N}^*$ und w die Winkel $aC\tau$, $11..C\tau$, $10..C\tau$, ꝛc. berechnen, welchen die in vor. Nr. 1. genannten Entfernungen

C1, C2, C3, C4, ꝛc.

der Gewichte der Zellenladungen g𝔏 (welche Entfernungen zum Bestimmen der Momente

m^1, m^2, m^3, m^4, ꝛc.

dieser Gewichte erforderlich sind) als künstliche — für

den Halbmesser $CT = R^*$ gültige — Sinus zugehören. — Es ist

der Winkel $a C\tau = \mathfrak{N}^* \,.\, w$,

" " $11 \ldots C\tau = (\mathfrak{N}^* - 1) \,.\, w^\circ$,

" " $10 \ldots C\tau = (\mathfrak{N}^* - 2) \,.\, w^\circ$,

" " $9 \ldots C\tau = (\mathfrak{N}^* - 3) \,.\, w^\circ$,

u. s. f.

Z. B. Für $\mathfrak{N}^* = 12$ und $w = 4{,}5$ Graden hat man, wie hier folget:

$$a C\tau \,.= \mathfrak{N}^*,\, w^\circ = 12 \,.\, 4'5^\circ = 54{,}0 \text{ Graden},$$
$$11 \ldots C\tau \,.= (\mathfrak{N}^* - 1]\, w^\circ = 11 \,.\, 4{,}5^\circ = 49{,}5 \text{ " "}$$
$$10 \ldots C\tau \,.= (\mathfrak{N}^* - 2)\, w^\circ = 10 \,.\, 4{,}5^\circ = 45{,}0 \text{ " "}$$
$$9 \ldots C\tau \,.= (\mathfrak{N}^* - 3)\, w^\circ = 9 \,.\, 4{,}5^\circ = 40{,}5 \text{ " "}$$
$$8 \ldots C\tau \,.= (\mathfrak{N}^* - 4)\, w^\circ = 8 \,.\, 4{,}5^\circ = 36{,}0 \text{ " "}$$

D.) Also sind die Momente der Gewichte der Ladungen $g\mathfrak{L}$ der Zellen $ba\ldots$; $11..11\ldots$; $10..10\ldots$ rc. (die bei uns, wenn die Zellen vierkantig sind, bis zur Zelle $9..9\ldots$ und, wenn die Zellen dreikantig sind, bis zur Zelle $8..8\ldots$ gehen) in Cubikfußen Wasser folgende:

$$m = g\mathfrak{L} \,.\, C1 = g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,.\, \text{Sin. } \mathfrak{N}^* \,.\, w^\circ,$$
$$m^2 = g\mathfrak{L} \,.\, C2 = g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,.\, \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ,$$
$$m^3 = g\mathfrak{L} \,.\, C3 = g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,.\, \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 2)\, w^\circ,$$
$$m^4 = g\mathfrak{L} \,.\, C4 = g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,.\, \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 3)\, w^\circ,$$
$$m^5 = g\mathfrak{L} \,.\, C5 = g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,.\, \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 4)\, w^\circ,$$

u. s. f.

(bei uns bis zu m^4 oder m^5, je nachdem die Zellen gestaltet sind.)

E.) Diese geben (in Cub. Fußen Wasser) der vorgenannten Zellen-Gewichtsmomentsumme

$$M^1$$
$$= g\mathfrak{L} \,.\, R^* \,[\text{Sin. } \mathfrak{N}^* \,.\, w^* + \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^* + \ldots\ldots]$$

Cubikfußen Wasser

3\. B. Für $\mathfrak{N}^*$ = 12 und w = 4,5° ist von der Zelle ba... an bis zur ersten Ausschüttungs-Zelle 9...9... oder 8...8... (nach vor. Nr. C.)

Sin. $\mathfrak{N}^*$. w° = Sin. 54,0 = 0,8090170,
Sin. ($\mathfrak{N}^*$ — 1) w° = Sin. 49,5 = 0,7604060,
Sin. ($\mathfrak{N}^*$ — 2) w° = Sin. 45,0 = 0,7071068,
Sin. ($\mathfrak{N}^*$ — 3) w° = Sin. 40,5 = 0,6494480,
Sin. ($\mathfrak{N}^*$ — 4) w° = Sin. 36,0 = 0,5877853.

Hiernach ist die Sinussumme:

a) für vierkantige Zellen von ba... bis 9...9 oder
Sin. $\mathfrak{N}^*$ w° + Sin. ($\mathfrak{N}^*$ - 1) w° + ... + Sin. ($\mathfrak{N}^*$ - 3) w°
= 2,9259778, und

b) für dreikantige Zellen von ba... bis 8...8 oder
Sin. $\mathfrak{N}^*$. w° + Sin. ($\mathfrak{N}^*$ - 1) w° + ... + Sin. ($\mathfrak{N}^*$ - 4) w°
= 3,5137631 Einern.

Wenn man die eine und die andere dieser Sinussummen mit g$\mathfrak{L}$ multiplicirt, so erhält man eine Kraftsumme

$$K^{I} = g\mathfrak{L} . 2,9259778 \text{ oder } g\mathfrak{L} . 3,5137631$$

Cubikfußen Wasser (je nachdem die Zellen geformt sind). Bei vierkantigen Zellen (die wir in unseren Beispielen annehmen) ist die Zellenladung g$\mathfrak{L}$ = 1 Cubikfuß (§. 60, Nr. 4.) und die Sinussumme ist = 2,9259778, also ist da

$$K^{I} = 1 . 2,9259778,$$

wofür wir wohl 3 Cubikfußen Wasser setzen dürfen, da wir ohnehin nach §. 73. die Summe unserer Wasserladungen etwas zu gering in Berechnung gebracht haben müssen) wegen der unsicheren Messungen der Größen b′, b″ ꝛc.) Diese K^{I} mit R^* = 8,5 multiplicirt giebt die Momentsumme

$$M^{I} = R^* . K^{I} = 8,5 . 3 = 25,5$$

Cubikfußen Wasser.

F.) Die Momentsumme M^{I} muß, wenn man sie durch die Entfernung $CT = R^*$ dividirt, die auf diese Entfernung und also auf die Stelle T reducirte Kraft K^{I}, welche die Zellenladungen gL für diese Stelle T erzeugen, geben. Es muß seyn:

$$K^{I} = \frac{M^{I}}{R^*} = \frac{R^*.\, gL\,[\text{Sin.}\, \mathfrak{N}^*.\, w^\circ + \text{Sin.}\, (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots]}{R^*}$$

$$= gL\,[\text{Sin.}\, \mathfrak{N}^*.\, w^\circ + \text{Sin.}\, (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots]$$

Z. B. Für $M^{I} = 8{,}5 \,.\, 3$ Cubikfußen und
$R^* = 8{,}5$ Fußen hat man

$$K^{I} = \frac{M^{I}}{R^*} = \frac{8{,}5 \,.\, 3}{8{,}5} = 3 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

„Es wirken also die Gewichte der Ladungen gL der „von ba... bis zur Ausgußstelle St oder St′ folgenden „Zellen zusammengenommen in ihren Entfernungen C1, „C2, C3 ꝛc. von der Umdrehungsstelle C gerade so viel, „als wenn am Endpunkte T des mechanischen Halbmessers „CT oder R^* ein Gewicht

$$K^{I} = \frac{M^{I}}{R^*}$$

„Cubikfußen Wasser lothrecht abwärts zöge."

Z. C. Die Kraft K^{I} ist nach unseren vorigen für vierkantige Zellen genommenen Beispielen $= 3{,}125$ Cubikfußen Wasser.

2.) Für die in der Sperrungszelle ba... und einer vielleicht noch über dieser befindlichen Schöpfzelle vorhandene Wasserladung wbM (§. 32).

A.) Wie in §. 76, so nehmen wir auch hier bei der Wasserladung wbM, die noch über der Zelle ba... hinauf im Rade vorhanden seyn muß, an: „das Schwerpunkt

„dieser Ladung liege im Scheitel der Sperrungs-„zelle ba...“ Dabei rechnen wir ebenfalls etwas zu wenig an für das Umdrehungsmoment der ${}^{w b}M$, welches wir hier zu bestimmen haben, und rechnen also gewiß auch hier sicher genug für die Ausübung; denn es ist leicht begreiflich, daß das Schwerpunkt der ${}^{w b}M$ etwas weiter vom lothrechten Radhalbmesser $C\tau$ abstehe, als der Scheitel a der Sperrungszelle ba... von diesem Halbmesser absteht.

B.) Man ziehe aus dem Scheitel a der Zelle ba... aufwärts auf den horizontalen Radhalbmesser CT ein Perpendikel ao, so ist Co die Entfernung des Gewichtes der Wassermasse ${}^{w b}M$ von der Umdrehungsstelle C des Rades, welche Entfernung wir zur Bestimmung des Momentes M^2 der Ladung ${}^{w b}M$ nöthig haben. Diese Entfernung Co ist der für den Halbmesser $C\tau = CT = R^*$ geltende künstliche Sinus des Winkels $aC\tau$. Wenn die in vor. Nr. 1, B. von τ bis a aufwärts gezählte Zahl der Eintheilungsbögen $\tau 1$, $1..2$, $2..3$ rc. oder Winkel $\tau C 1$, $1 C 2$, $2 C 3$ rc. $= \mathfrak{N}^*$ ist, so enthält der Winkel $\tau C a$ eine Zahl $(\mathfrak{N}^* + 1)$ von Eintheilungswinkeln $\tau C 1$ rc., von welchen jeder $= w = \frac{360}{N}$ Graden ist. Es ist also

$$Co = R^* \,.\, \text{Sin.}\; aC\tau$$
$$= R^* \,.\, \text{Sin.}\; (\mathfrak{N}^* + 1)\, w \text{ Fußen.}$$

Z. E. Für unseren Radriß ist $R^* = 8{,}5$ Fußen,

$$\mathfrak{N}^* = 12,\; w = \frac{360}{80} = 4{,}5 \text{ Graden, also}$$

$$Co = 8{,}5 \,.\, \text{Sin.}\; (12 + 1) \,.\, 4{,}5$$
$$= 8{,}5 \,.\, \text{Sin.}\; 58{,}5^\circ$$
$$= 8{,}5 \,.\, 0{,}8526402 = 7{,}247 \text{ Fußen.}$$

C.) Demnach ist das zur Wasserladung ${}^{w b}M$ gehörende Umdrehungsmoment

$$M^2 = Co \, . \, {}^{wb}M = {}^{wb}M \, . \, Co$$
$$= {}^{wb}M \, . \, R^* \, . \, \text{Sin.} \, (\mathfrak{N}^* + 1) \, w^\circ.$$

Z. B. Für ${}^{wb}M = 0,7$ Cubikfußen Wasser (§. 72.) und $Co = 7,247$ Fußen (vor. Nr. B.) ist

$$M^2 = 7,247 \, . \, 0,7 = 5,0729 \text{ Cubikfußen.}$$

D.) Dieses Moment M^2 giebt die auf das Endpunkt T des CT oder R^* reducirte Kraft K^2 der Wassermasse ${}^{wb}M$; es ist

$$K^2 = \frac{M^2}{R^*} = {}^{wb}M \, . \, \text{Sin.} \, (\mathfrak{N}^* + 1) \, w^\circ$$
$$= \tfrac{1}{2} \, . \, \frac{\mathfrak{B}}{c} \, . \, {}^{r}M \, . \, \text{Sin.} \, (\mathfrak{N}^* + 1) \, w^\circ$$

Cubikfußen Wasser (vor. Nr. C. und §. 72.)

Z. B. Für $M^2 = 5,0729$ (vor. Nr. C.) und $R^* = 8,5$ Fußen ist

$$K^2 = \frac{5,0729}{8,5} = 0,595 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

„Es wirkt also die Wasserladung ${}^{wb}M$, die in der „Sperrungszelle ba... allein, oder in dieser und auch „noch zum Theile in einer darüber befindlichen Zelle „b′a′... befindlich ist, gerade so, als wenn man am „Ende T des horizontalen Halbmessers CT oder R^* „eine Kraft

$$K^2 = \frac{M^2}{R^*} \text{ Cubikfußen Wasser}$$

„lothrecht abwärts zöge.“

§. 78.

1.) Aus den Momenten M^1 und M^2 ergiebt sich nun die ganze Gewichtsmomentsumme

$$^{gw}\mathfrak{M}^s = M^1 + M^2$$
$$= R^* \, . \, [{}^{g}\mathfrak{L} \, . \, (\text{Sin.} \, \mathfrak{N}^* \, . \, w^\circ + \text{Sin.} \, (\mathfrak{N}^* - 1) \, w^\circ + \ldots)$$
$$+ {}^{wb}M \, . \, \text{Sin.} \, (\mathfrak{N}^* + 1) \, w^\circ] \quad (\text{§. 77, Nr. 1 u. 2}).$$

Z. B. Für $M^1 = 25{,}5$ (§. 77, Nr. 1, E.)

und $M^2 = 5{,}0729$ (§. 77, Nr. 2, C.)

ist $g^w\mathfrak{M}^s = 25{,}5 + 5{,}0729 = 30{,}5729$ Cubikfußen Wasser.

2.) Aus den für das Endpunkt T des horizontalen mechanischen Halbmessers CT oder R* gesuchten Reduktionskräften K^1 und K^2 ergiebt sich die bis jetzt erwogene in T lothrecht abwärts ziehende Gewichtskraftsumme

$gK^s = K^1 + K^2$ Cubikfußen Wasser.

Z. B. Für $K^1 = 3$ Cubikfußen (§. 77, Nr. 1, F.)

und $K^2 = 0{,}595$ „ „ (§. 77, Nr. 2, D.)

hat man $gK^s = 3{,}595$ Cubikfußen Wasser.

§. 79.

1.) Die bisherige Berechnung der beiden Größen

$g^w\mathfrak{M}^s$ und gk^s

ist vorgenommen für diejenige Stellung der Zellen gegen das Triebwasser des Rades,

„bei welcher eine Zelle ba... im Gange des Rades
„so eben zu einer Sperrungszelle geworden ist
„und zunächst unter dieser ba... eine Zelle ba... das
„Ende ihrer Wasserladung erhalten hat.“

2.) Im Gange des Rades ist aber nicht continuirlich eine Sperungszelle ba... bei K und nicht continuirlich eine ganz geladene Zelle ba... unter K vorhanden. Befindet sich die ba... noch über K, so ist sie noch nicht so stark mit Wasser geladen, als es der Fall ist, wenn sie sich mit der Oberkante ihrer Vorderschaufel bei K befindet, und es hat da auch die zunächst unter ihr folgende Zelle ba... noch nicht ihre ganze Ladung $g\mathfrak{L}$ erhalten.

3.) Man kann also nicht mit völliger Genauigkeit annehmen,

„daß im Gange des Rades continuirlich fort die „Gewichtsmomentsumme $gw\mathfrak{M}^s$ und die Gewichtskraftsumme gk^s die sey, die wir berechnet haben; nur für alle die Augenblicke, in welcher im „Gange des Rades eine Zelle neben K eintritt und „eine Sperrungszelle wird, ist unsere Berechnung „der vorgenannten Größen gültig. Solcher Augenblicke finden in der Zeit einer ganzen Radumdrehung gerade so viele Statt, als die Zellenzahl N Einheiten enthält, (also bei uns 80) und auch deswegen „soll man die Zahl N so groß als möglich nehmen (§. 6, Nr. 4.)

4.) Wenn aber auch eine Zelle ba... noch über K befindlich ist und sie also noch nicht ihre ganze Ladung, die dem Bogen βb angemessen ist, empfangen hat, mithin auch die zunächst unter ihr folgende Zelle ba... noch über b sich befindet und noch nicht ihre ganze dem Bogenwege βbb angemessene Ladung $g\mathfrak{L}$ erhalten hat, so kann man doch ohne bedeutende Fehlgriffe annehmen,

„es sey auch in diesen Fällen beiläufig die vorhin „berechneten Größen

$$gw\mathfrak{M}^s \text{ und } gk^s$$

„als gültig anzunehmen, und es sey also in jedem „Augenblicke der Radumdrehung eine Gewichtskraftsumme $= gk^s$ so, wie wir diese berechnet haben, „am Ende T des horizontalen Halbmessers CT oder R* „lothrecht abwärts wirksam.

Das kann man aus folgenden Gründen:

A.) Die geringste Beladung des Rades mit Wasser findet im Gange desselben jedesmal in dem Falle Statt,

„wenn die ba... nur erst noch wenig unter die „Stelle b′ des Drehkreises 𝔄𝔖... und mithin die

„ba... nur erst noch wenig unter die Stelle K
„abwärts gegangen ist."

Es ist also die Zeit des Ueberganges der geringsten Wasserladung des Rades bis zur größten im Gange desselben noch nicht einmal die

$$e\mathfrak{Z}'' = \frac{\mathfrak{B}'}{c} = \frac{6{,}28 \,.\, R}{N \,.\, c} \text{ Sekunden (§. 37, Nr. 1.)}$$

welche verstreicht, während eine Oberkante b′ einer Zelle ba.. einen Bogen bb und eine Oberkante b einer Zelle ba... einen Bogen bb = 𝔅′ = b′b mit einer Radgeschwindigkeit = c Fußen durchläuft; diese Zeit e𝔷″ aber ist eine ziemlich kleine Größe, und zwar ist sie desto kleiner, je größer die Zellenzahl N und je kürzer also die Länge 𝔅′ eines Bogens b′b = bb und je größer dabei die Radgeschwindigkeit c ist.

3. E Für N = 80 Zellen, R* = 9 Fußen 𝔅′ = 0,7065 und c = 10,95 Fußen ist

$$e\mathfrak{Z}'' = \frac{\mathfrak{B}'}{c} = \frac{0{,}7065}{1095..} = 0{,}064\ldots \text{ Sekunden (§. 70)}$$

Also noch nicht einmal diese höchst kleine Zeit verfließt bei unserem als Beispiel angenommenen Rade während des Ueberganges aus seiner kleinsten in seine größte Wasserladung.

B.) Wenn die Zellen ba und ba noch nicht ihre größten Ladungen erhalten haben, so ist dagegen auch das Wasser, was sie bereits schon in sich haben, weiter von dem lothrechten Radhalbmesser C𝔖 entfernt, es sind da alle Wasserladungsentfernungen C0, C1, C2, C3 ꝛc. die wir in unserer Berechnung der Größen

$g^{w}\mathfrak{M}^{s}$ und gK^{s}

angenommen haben, etwas größer, wodurch offenbar die Annahme, „daß auch in dem nachtheiligsten Stande „des Rades die von uns berechneten Größen $g^{w}\mathfrak{M}^{s}$ und

„gK_s als zureichend giltig anzuerkennen seyen," noch mehr, als durch das in Nr. A. Beigebrachte begründet wird.

C.) Uebrigens stehen wir mit unserer Annahme, „daß „die Größen $gw\mathfrak{M}_s$ und gK_s mit zureichender Ge„nauigkeit als kontinuirlich im Gange des Rades „Statt habend angesehen werden dürfen'" nicht hinter den gewöhnlichen Berechnungsweisen der Kräfte der unterschlächtigen Wasserräder zurück, denn diese Berechnungen nimmt man ja bekanntlich ebenfalls unter einer nur beiläufig richtigen Voraussetzung vor, in der nämlich, „daß im Gange des Rades continuirlich in der „Richtung seines lothrechten Halbmessers $C\mathfrak{S}$ eine Stoß„schaufel vorhanden sei und dabei τ den Stoß B des vom „Kropfgerinne herunter kommenden Wassers empfange," und das nimmt man an, weil immer nur ein sehr kleines Zeittheilchen im Gange des Rades verfließt, in welchem eine lothrechte Radschaufel $S\mathfrak{S}$ aus ihrer Stellung vorwärts geht und ihr eine Hinterschaufel bis in die lothrechte Linie $S\mathfrak{S}$ nachfolgt.

Sechstes Kapitel.

Von dem Seitendrucke des Einflußwassers gegen die den Wasserbogen durchstreichenden Zellenschaufeln.

§. 80.

Durchaus falsche Ansichten geben diejenigen Hydrauliker zu erkennen, welche bei Sackrädern annehmen, „daß man diejenige besondere Wirkung, welche die Einflußwassermenge ${}^{r}M$ in der Zeit, in welcher diese „für die Ladung der den Bogenweg $\beta b + b b$ durchstreichenden Radzellen dient, durch Seitendruck gegen „die Zellenschaufeln ausübt, zu berechnen habe, nur einen „Wasserstoß, welchen das von einer gewissen Fallhöhe „herunter gefallene Wasser gegen die Schaufeln eines unterschlächtigen Wasserrades ausüben muß.“ (Siehe die Grundlehren der mechanischen Wissenschaften von Langsdorf, Erlangen, 1809, S. 467 ꝛc.) Davon haben wir hier zuvörderst zu reden.

§. 81.

Man kann, wie wir gesehen haben, die Geschwindigkeit c eines nach unserer Methode eingerichteten Sackrades nicht kleiner nehmen, als die Geschwindigkeit C des Zuflußwassers groß ist, man muß vielmehr die c bei einem solchen Sackrade gehörig größer nehmen, als die C, damit die Zellen nicht überlaufen und die Zuflußwassermenge ${}^{r}M$ somit auf die vollkommenste

Weise für die Radumdrehung benutzt werde. Wenn z. B. die Wassergeschwindigkeit C = 6, die Zellenweite l = 2,8 und die Wassertiefe βv oder h = 1 Fuß ist, so ist nach §. 21, [a] die Zuflußmenge ${}^rM$ = 15,5 Fußen für eine Sekunde. Wenn man nun hierbei die Radgeschwindigkeit c nicht kleiner als C, sondern größer, z. E. = C + 3,42 = 6 + 3,42 = 9,42 Fußen nimmt, so wird doch noch die Ladung gL der Zelle ba... (nach §. 37, [b.] Nr. 3.) eine Größe

$$gL = \frac{B'}{c} \cdot {}^rM = \frac{0{,}7065}{9{,}42} \cdot 15{,}5 = 1{,}1625 \text{ Cub. Fußen.}$$

Da aber die Wasserladungs-Geräumigkeit bei unseren Zellen selbst auch in dem Falle, wenn diese vierkantig sind, nach §. 56, Nr. 2. eine Größe

gG ist, die höchstens nur = 1 Cubikfuß enthält,

so nehmen wir die Radgeschwindigkeit c nicht bloß = C + 3,42 = 6 + 3,42 = 9,42 Fußen, sondern wir nehmen die

c = C + 4,95 = 6 + 4,95 = 10,95 Fußen

(§. 56, Nr. 3, B.), wofür wir dann in §. 60, Nr. 4. eine der gG = 1 Cubikfuß ziemlich angemessene Wasserladung gL = 1 Cubikfuß Wasser erhielten.

§. 82.

Da man also bei einem Sackrade dessen Umlaufs-Geschwindigkeit c bei Weitem größer zu nehmen hat, als die Zuflußgeschwindigkeit C des Wassers ${}^rM$ ist (§. 81.), so weichen die Hinterschaufeln der Zellen, gegen welche das in sie einströmende Wasser anfällt, weit geschwinder aus, als das Wasser oben bei ihren Vorderschaufeln zum Eingehen in die Zellen ankommt, und „es kann daher von einem Stoße des in die Zellen „einfallenden Wassers gegen die Hinterschaufeln derselben „gar keine Rede seyn.«

§. 83.

Die Sache verhält sich hier eigentlich so: Wenn eine Zelle mit der Oberkante ihrer Vorderschaufel bei β in die Wasserlinie Bβ eingetreten ist, und dann im Bogen βb + bb abwärts gehend Wasser schöpft, so bildet das in die Zelle einstürzende Wasser einen abwärts gekrümmten Wasserstrahl, welcher immer länger wird. Dieses Strahles Einflußgeschwindigkeit ist oben bei β = C Fußen (z. E. = 6 Fußen); unten aber ist die Geschwindigkeit seiner Theilchen größer, weil diese schon um eine gewisse Fallhöhe von β an in die Schöpfzelle hineingefallen sind. Diese untere Geschwindigkeit der unteren Strahltheilchen wird durch das Fallen derselben immer größer, und endlich so groß, als die Geschwindigkeit c ist, mit welcher die Hinterschaufel der Zelle ausweicht. In dem Augenblicke nun, in welchem ein unteres Wassertheilchen des Einflußstrahles eine Geschwindigkeit c^* durch sein Fallen erlangt hat, welche der c^* in derjenigen Stelle der Hinterschaufel der Schöpfzelle oder des auf ihr stehenden Wassers, auf welche das Wassertheilchen auffallen muß, gleich ist, so setzt sich das Wassertheilchen auf diese Stelle auf, und zwar ohne allen Stoß.

§. 84.

Damit ist nun erwiesen, „daß hier von gar keinem „solchen Wasserstoße, wie bei unterschlächtigen Wasserrädern, die Rede seyn könne, daß also unsere in §. 80. „aufgestellte Behauptung richtig sey,“ und es ist nunmehr zu erwägen,

„wie man den Seitendruck, welchen das Zuflußwasser gegen die durch den Wasserbogen βb hindurch gehenden Vorderschaufeln der Zellen ausübt, als eine „für die Radumdrehung wirksame Kraft K^* in Anschlag zu bringen habe.“

§. 85.

1.) Wenn die Vorderschaufel a′ b′ einer Schöpfzelle b′ a′... mit ihrer Oberkante noch in der obersten Wasserlinie Bβ.. befindlich ist, so steht die Schaufel a′ b′ mit ihrer Vorderfläche dem Triebwasser seiner ganzen Breite und Höhe nach entgegen, und nöthigt dieses, sein Bestreben, mit seiner mittleren horizontalen Geschwindigkeit horizontal vorwärts zu geben, dahin abzuändern, daß es gegen die Vorderfläche der a′ b′ drückt, und an dieser herunter fließend unten bei b einen Ausgang in die unter der Zelle b′ a′... folgende Zelle b a... nimmt. Diese schief gegen die ganze Triebwassermasse liegende Vorderschaufel wirkt also beiläufig gerade so, als wenn statt ihrer das Rad im Theilkreise eine feste Wand a′ a″ enthielte, welche dem Triebwasser die zu seinem horizontalen Vorwärtsgange erforderliche Laufbahn versperrt, und das Wasser nöthigt, unten bei b′ a′, wo es einen Ausweichungsplatz findet, abzufließen.

2.) Ist die Vorderschaufel a′b′ einer Schöpfzelle b′a′ nicht mehr mit ihrer Oberkante in der obersten Wasserlinie Bβ.. befindlich, sondern um irgend einen Bogentheil βb′ des Wasserbogens βb abwärts gegangen, so strömt über die Oberkante bei b′ Wasser in die Zelle b′ a′... ein, und die Vorderseite der Schaufel a′ b′ leidet nicht mehr, wie vorhin im Falle Nr. 1. den ganzen Seitendruck des horizontal herbeiströmenden Triebwassers, es steht jetzt die Vorderschaufel a′ b′ nicht mehr dem ganzen Wasserbogen bβ, sondern nur dem Theile $bb' = b\beta - b'\beta$ des Wasserbogens bβ zum Aufhalten des Triebwassers und Ablenken desselben von seinem horizontalen Triebe entgegen; dagegen aber strömt auch jetzt der über b′ hinweg in die niedergegangene Zelle b′ a′... einfließende Theil des Triebwassers an einen ge-

wissen Theil der Vorderschaufel 15 . . . b'' einer oberen Zelle b'' . . . 15 an, und ersetzt dadurch in gewissem Grade den Abgang des Seitendrucks, welchen die Vorderschaufel a' b' der Unterzelle b' a' leidet. Da in dem hier betrachteten Falle der Stellung der Vorderschaufel a' b' der Zelle b' a' gegen das Triebwasser ebenfalls, wie in dem in vor. Nr. 1. betrachteten Stellungsfalle, alles Triebwasser abhalten wird, einen seiner Geschwindigkeit C angemessenen horizontalen Gang fortzusetzen, und genöthigt wird, theils unten bei b a' aus- und theils oben bei β b' einzufließen; so kann man auch hier annehmen,

„das durch Vorderschaufeln der Zellen von seinem horizontalen Vorwärtsgange abgehaltene und „zum Abfließen in Zellen genöthigte Triebwasser übe „gegen die Vorderschaufeln der Zellen, an die es anschießt, einen Seitendruck aus, der beiläufig „(aber doch hier genau genug für die Praxis) „demjenigen Seitendrucke gleich ist, welchen das Triebwasser gegen das Rad ausüben würde, wenn es in „seinem Theilkreise T τ . . . mit einer Wand versehen „wäre, welche das Wasser nöthigt, seinen horizontalen Gang abzuändern, unterwärts in Zellen auszuweichen, aber auch in den erforderlichen Stellen so „unterbrochen ist, daß sich das in die Zellen eingeflossene Wasser in diesen gegen die Hinterschaufeln „derselben hin verbreiten kann."

§. 86.

Die vorerwähnte Wand weicht nicht vorwärts aus, sie streicht im Gange des Rades durch das Wasser hindurch in ihrem Drehkreise T τ . . . und wirkt dem Triebwasser eben so entgegen,

„als wenn diesem eine krumme Tafel, die bei der Radumdrehung stets fort ersetzt bleibt — — und die zwar

„abwärts, aber keineswegs vorwärts in Bewegung
„ist, entgegen stände, bei der man also annehmen darf,

„„daß sie rücksichtlich der Vorwärtsbewegung
„„des Triebwassers als eine ruhig stehende
„„und dem Triebwasser eine andere Ausweichbe-
„„wegung anweisende Tafel zu betrachten sey.““

§. 87.

Das Mittelpunkt des Druckes, welchen diese krumme Tafel vom Triebwasser leidet, hat man in demjenigen Punkte m der Tafel anzunehmen, in welchem diese von der horizontalen Mittellinie $\mu\mu'$ m des Körpers des Triebwassers getroffen wird.

§. 88.

Durch das oberste Punkt β des mittelsten lothrechten Längendurchschnittes β B A K... des Triebwasserkörpers ziehe man eine horizontale und also eine der horizontalen Gerinnbodenlinie A K e parallele Linie β e′ und durch das Druckmittelpunkt m denke man sich eine lothrechte Ebene e e′ zwischen den beiden Linien β e′ und A K e und die inneren Radkranzflächen gelegt. Dieser Ebene e e′ Flächenraum F hat eine der Schaufellänge = l Fußen gleiche Breite und eine der Höhe β v oder h′ der Einflußwassermenge ^{r}M gleiche Höhe e e′, also einen Flächenraum

$$F = l \cdot h' \text{ Quadratfußen.}$$

Z. E. Für l = 2,8 und h′ = 0,922 Fußen (§. 29[b])
ist F = 2,8 . 0,922 = 2,5816 Quadratfußen.

§. 89.

Wie groß die horizontale Seitendruckkraft K* des Triebwassers, dessen horizontale Fäden insgesammt ge-

gen die lothrechte Ebene winkelrecht oder normal laufen, ist, eben so groß muß auch die horizontale Seitendruckkraft K^* des Wassers gegen die vorhin von uns angenommene krumme Fläche seyn, gegen welche alle Fäden des Triebwassers schief gerichtet sind; denn diese krumme Fläche faßt, obschon sie in ihrer Aufwärtsausdehnung größer ist, als die Ebene e e', doch nicht mehr Wasserfäden auf, als die lothrechte Ebene e e'. Weiß man also den horizontalen und gegen die e e' normalen Seitendruck K^*, welchen das Triebwasser in jedem Augenblicke gegen die e e' auszuüben vermögend seyn müßte, wenn sie da wäre, so weiß man auch den horizontalen Seitendruck $= K^*$ des gegen die krumme Fläche, die wir vorhin statt der Vorderschaufeln der Zellen, welche vom Triebwasser horizontal gepreßt werden, angenommen haben.

§. 90.

Nach Bossut, d'Alembert und Cordorcet ist durch viele Versuche Folgendes ausgemittelt worden:

„Wenn eine Tafel, deren Flächeninhalt $= F$ ist, den „horizontalen Fäden eines Flußwassers winkelrecht, ohne „Vorwärtsbewegung und ganz in das Wasser eingetaucht entgegen gestellt wird, und die Wasserfäden auf den „lothrechten Seiten der Tafel Raum genug finden, der Tafel auszuweichen, so übt das Wasser einen normalen „Druck gegen die Tafel aus, der — sehr nahe — dem „Gewichte einer Wassersäule gleich ist, welche die gestossene „Tafelfläche F zur Grundfläche hat, und deren lothrechte Höhe diejenige ist, die sich ergiebt, wenn man die „Fallhöhe H^* sucht, die der Geschwindigkeit C des gegen „die Tafel anströmenden Wassers zugehört, und die $= \frac{C^2}{4g}$ „Fußen seyn muß." Es ist also, sehr nahe — —, die Druckkraft des Wassers gegen eine Tafel e e eine Größe

$$K^* = F \,.\, H^* = l \,.\, h' \,.\, \frac{C^2}{4g}$$

Cubikfußen, wenn NB. das Wasser Platz genug findet, der Tafel auszuweichen.

Z. B. Für $F = 2{,}5816$ Q. Fußen und $C = 6$ Fußen

$$\text{ist } K^* = 2{,}5816 \,.\, \frac{36}{4 \,.\, 15{,}625}$$

$$= 2{,}5816 \,.\, \frac{9}{15{,}625}$$

$$= 2{,}5816 \,.\, 0{,}576 = 1{,}4870$$ Cubikfußen Wasser.

§. 91.

Unser in das Rad einströmendes Triebwasser kann nicht auf den Seiten der statt der Vorderschaufeln der Zellen von uns angenommenen und beiläufig eben so, wie diese Schaufeln, dem Wasser reagirenden lothrechten Tafel e e′ ausweichen, denn es ist unser Wasser zwischen die beiden Radkränze, zwischen welchen wir uns die Tafel e e′ vorzustellen haben, eingeschlossen; dagegen aber kann unser Wasser statt der bei ihm fehlenden Seitenausweichungen unten ausweichen, es kann nämlich ohne Hindernisse in untere Zellenräume einfließen, und es kann also offenbar bei unserem Wasser als, zwar nur beiläufig, aber doch für die Praxis zureichend genau angenommen werden,

„daß der Seitendruck, den unser Wasser gegen die „Vorderschaufeln der Schöpfzellen ausübt, der vorbe„rechneten Kraft

$$K^* = F \,.\, \frac{C^2}{4g}$$ Cubikfußen Wasser

„gleich sey.“

§. 92.

1.) Dieser horizontal gegen die Radschaufeln wirkenden Seitendruckkraft K^* Mittelpunkt der Pres-

fung haben wir angenommen in dem in §. 87. erwogenen Punkte M. Es ist also nach dem Bisherigen gerade so, „als wenn ununterbrochen am Rade an einem Hebelradius „C m = R* in m in horizontaler Richtung m ω von m „gegen ω hin unter einem schiefen Winkel C m ω eine „Kraft = K* zöge, und dadurch in Verbindung mit den „vorhin berechneten andern Kräften K^1 (§. 77, Nr. 1, F.) „und K^2 (§. 77, Nr. 2, D.) für die Radumdrehung wirk„sam wäre.“

2.) Das Moment dieser in der Entfernung C ω der Richtungslinie m ω des Wirkens der K* von der Umdrehungsstelle C des Rades K* anzunehmenden Kraft K* ist eine Größe

$$M^3 = C\omega \,.\, K^* \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

3.) Wie groß aber ist hier die Entfernung C ω der horizontalen Wirkungslinie m v der K* von der Stelle C?

A.) Der lothrechte größte Radhalbmesser C S oder R ist eine gegebene Größe (bei uns = 9 Fußen); die Höhe Z v des Gerinnbodens A K über der aus S gezogenen Horizontallinie S Z... ist ebenfalls eine gegebene Größe $\mathfrak{H}$ (bei uns z. E. = 5,3 Fußen §. 59, Nr. 3.); endlich ist auch die Höhe v β oder h′ des Triebwassers bei β aus §. 21^b. bekannt (bei uns = 0,922 Fußen), und man weiß also auch

$$v\mu' = \tfrac{1}{2}\,\beta v = \tfrac{1}{2}\,h'.$$

B.) Es ist aber in der lothrechten Linie C S = R die vorerwähnte Entfernung

$$C\omega = CS - S\omega = CS - (S\varepsilon' + \varepsilon\omega)$$
$$= R - (Zv + v\mu') = R - (\mathfrak{H} + \tfrac{1}{2}h')$$

Fußen.

Z. B. Für R = 9, $\mathfrak{H}$ = 5,3 und h′ = 0,922 Fußen hat man

$C\omega = 9 - (5{,}3 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}922)$

$= 9 - (5{,}3 + 0{,}461) = 9 - 5{,}761$

$= 3{,}239$ Fußen.

4.) Demnach ist der vorerwähnten Kraft K^* Umdrehungsmoment

$$\mathfrak{M}^3 = C\omega \,.\, K^* = R - (\mathfrak{H} + \tfrac{1}{2} h') \,.\, K^*$$

Z. B. Für $K^* = 1{,}487$ Cubikfußen Wasser (§. 90.) und $C\omega = 3{,}239$ Fußen (vor. Nr. 3.) ist

$$\mathfrak{M}^3 = 3{,}239 \,.\, 1{,}487 = 4{,}8164$$

Cubikfußen Wasser.

§. 93.

Dieses Moment $\mathfrak{M}^3$ der in m am Radarme Cm schief oder in ω am Radarme $C\mathfrak{S}$ winkelrecht wirkenden Kraft K^* giebt, wenn man es durch $C\tau$ oder CT $= R^*$ dividirt, die auf das Ende τ oder T des mechanischen Halbmessers $C\tau$ oder CT reducirte Umdrehungskraft

$$K^3 = \frac{\mathfrak{M}^3}{R^*} = \frac{[R - (\mathfrak{H} + \frac{1}{2} h')] \,.\, K^*}{R^*}$$

Cubikfußen Wasser.

„Es wirkt also der Seitendruck des Triebwassers „gegen die den Wasserbogen βb durchstreichenden Zel„lenschaufeln für die Radumdrehung, beiläufig aber doch „für die Praxis genau genug genommen, so, als „wenn stets fort in τ am lothrechten Radarme $C\tau$ eine „Kraft $= K^3$ horizontal auswärts oder in T am ho„rizontalen Radarme CT lothrecht abwärts zöge."

Z. E. Für $\mathfrak{M}^3 = 4{,}8164$ Cubikfußen Wasser (§. 92.) und $R^* = 8{,}5$ Fußen ist

$$K^3 = \frac{4{,}8164}{8{,}5} = 0{,}566 \text{ Cubikfußen.}$$

§. 94.

Diese K^3 giebt mit den im §. 78. summirten Reduktionskräften K^1 und K^2 die Kraftsumme

$$\mathfrak{K}^s = K^1 + K^2 + K^3 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

„Es wirken also die bis zur ersten Ausgußzelle geladenen Zellen in Verbindung mit der vorberechneten Seitendruckkraft K^3 des Triebwassers für die Radumdrehung „so, als wenn am Ende T des horizontalen Radarmes „CT = R* eine Kraftsumme

$$\mathfrak{K}^s = K^1 + K^2 + K^3$$

„Cubikfußen Wasser lothrecht abwärts zöge.“

Z. B. Für $K^1 + K^2 = 3{,}595$ (§. 78, Nr. 2.) und $K^3 = 0{,}566$ Cubikfußen (§. 93.) hat man $\mathfrak{K}^s = 3{,}595 + 0{,}566 = 4{,}161$ Cubikfußen Wasser.

Siebentes Kapitel.

Von den Gewichtsmomenten der Zellenladungen, welche von der Ausgußstelle St oder St′ bis zu S auf einander folgen, und der aus diesen sich ergebenden Reduktionskraft.

§. 95.

Die in der Ausgußstelle St oder St′ (Kap. 3.) angekommene Zelle muß, weil in ihr der Spiegel ihrer Wasserladung gL an der Oberkante ihrer Vorderschaufel steht (z. B. bei unseren dreikantigen Zellen in 8 bei St und

bei unseren vierkantigen Zellen in 9 bei St′) in dem Augenblicke ihres weiteren Niederganges von ihrer Wasserladung gL Theile, die durch ihr Gewicht mit für den Niedergang der Zelle wirksam waren, gegen das auf dem Kropfgerinnboden abfließende Spielraumswasser ausfließen lassen, und wenn die erste Ausgußzelle einen Zellenbogen (z. B. die Zelle 9...9... den Bogen 9...8 oder die Zelle 8...8... den Bogen 8...7) durchlaufen hat, so muß ihre Ladung gL einen Wasserverlust (und also auch Gewichtsverlust) erlitten haben, den wir hier nach Cubikfußen Wasser berechnet durch V_1 bezeichnen. Das Wasser nämlich, welches aus der Zelle an das Spielraumswasser anläuft, wird nicht mehr von der Zelle getragen, sondern von dem Wasser, welches neben und unter ihm mit beschleunigter Geschwindigkeit auf dem Kropfgerinnboden herunterschießt, und welches den zwischen dem ebengenannten Boden und der Vorderkante der über diesem hinwegstreichenden Vorderschaufel der Wasser ausgießenden Zelle versperrt, weswegen das aus der Zelle kommende Wasser auf dem Spielraumswasser sitzen bleiben und mit diesem abwärts rutschen muß ꝛc.

„Es muß also von denjenigen Zellen, die unter der „letzten noch mit einer ganzen Ladung gL versehenen „Zelle (z. B. unter der Zelle 9...9... oder 8...8...) nach „einander bis zu S hin folgen, allemal die, welche um ei„nen Zellenbogen unter der ersten Ausgußzelle liegt, die „erste Zelle seyn, deren Wasserladung gL einen Verlust „$= V^1$ erlitten hat.“ (Z. B. Bei dreikantigen Zellen ist bei uns die bei St befindliche Zelle 8...8... die letzte mit einer ganzen Ladung gL versehene Zelle welche in ihrem Gange von St bis 7 herunter einen Verlust V^1 leidet, und es ist nun diese in 7 angekommene Zelle die erste von den bis S folgenden Zellen, deren Ladung gL verändert worden ist; bei vierkantigen Zellen ist bei uns die aus 9 bei St′ bis zu 8 herunter

gekommene Zelle die erste Zelle, deren Ladung g$\mathfrak{L}$ um $\mathfrak{V}^1$ vermindert worden ist.)

§. 96.

„Wenn eine letzte noch mit voller Ladung g$\mathfrak{L}$ „versehene Zelle im Durchgange durch den ersten „Zellenbogen einen Wasserverlust $\mathfrak{V}^1$ leidet, der nun „nicht mehr von der Zelle, sondern von dem Spiel„raumswasser (auf dem es aufsitzt, und mit dem es „gerinnabwärts fließt) und somit also von dem Kropf„gerinnboden getragen wird, so leidet diese Zelle im „Durchgange durch den zweiten Zellenbogen noch einen „Wasserverlust $\mathfrak{V}^2$, im Durchgange durch den drit„ten Zellenbogen wiederum einen Wasserverlust $\mathfrak{V}^3$, und „so fort, bis unter die Stelle S, wo der Kropfgerinnboden „horizontal liegt, und das Wasser der in dieser Stelle „mit ihrer Vorderschaufel angekommenen Zelle alles gegen „das Spielraumswasser hingefallen seyn und durch dieses „vom Kropfgerinnboden getragen werden muß.

Demnach ist die Wasserladung einer Wasser ausgießenden Zelle

am Ende des ersten Ausgußbogens $= g\mathfrak{L} - \mathfrak{V}^1$,
„ „ „ zweiten „ „ $= g\mathfrak{L} - \mathfrak{V}^1 - \mathfrak{V}^2$,
„ „ „ dritten „ „ $= g\mathfrak{L} - \mathfrak{V}^1 - \mathfrak{V}^3$,
u. s. f., und
am Ende des letzten Ausgußbogens $= g\mathfrak{L} - g\mathfrak{L} = 0$

§. 97.

1.) Es ist eine Unmöglichkeit, die Größen $\mathfrak{V}^1$, $\mathfrak{V}^2$, $\mathfrak{V}^3$ rc. genau zu bestimmen, und wir müssen hier als beiläufig richtig annehmen, „es seyen alle Wasserver„luste einander gleich“ (Wenn auch gegen diese Annahme eingewendet werden kann, „daß ja die Ausgießschaufeln von „oben herunter immer schiefer zum Ausguße des Zel-

„lenwassers gegen das Spielraumswasser hin zu „liegen kommen, und daß mithin die Größen $\mathfrak{V}^1$, $\mathfrak{V}^2$, „$\mathfrak{V}^3$ ꝛc. nicht gleiche, sondern von $\mathfrak{V}^1$ an wachsende „Größen seyn müssen"; so steht doch diese Einwendung der für die Praxis nöthigen Sicherheit unserer Rechnungen nicht bedeutend entgegen, weil das aus den Zellen gegen das Spielraumswasser anschießende Wasser dem erstern Wasser aufsitzend vom Kropfgerinne herunterrutscht, immer mehr und mehr Geschwindigkeit dabei erlangt, und einen gewissen Seitendruck gegen die Vorderschaufeln für die Radumdrehung ausübt, wir aber diesen nicht in Rechnung bringen, eben darum, weil wir die $\mathfrak{V}^1$, $\mathfrak{V}^2$ ꝛc. etwas zu groß annehmen.)

2.) Hiernach wäre also die Wasserladung einer ausgießenden Zelle

am Ende des ersten Ausgußbogens $= g\mathfrak{L} - \mathfrak{V}^1$,
" " " zweiten " " $= g\mathfrak{L} - 2.\mathfrak{V}^1$,
" " " dritten " " $= g\mathfrak{L} - 3.\mathfrak{V}^1$,
. . . . .
. . . . .
. . . . .
am Ende des nten Ausgußbogens $= g\mathfrak{L} - n.\mathfrak{V}^1$.

3.) Die Zahl n der Ende der Ausgußbögen, die bis zu S, wo das letzte Ende ist, aufeinander folgen, läßt sich aus dem Radrisse herauszählen.

Z. B. Für vierkantige Zellen ist bei uns das zunächst unter St' befindliche Ende 8 das Ende des ersten Ausgußbogens 9...8, und es finden, von diesem an gezählt, bis zu S, das Punkt S mitgezählt, 11 Ende Statt, es ist also da $n = 11$; für dreikantige Zellen ist bei uns das zunächst unter St befindliche Ende 7 das Ende des ersten Ausgußbogens 8...7, und es finden also, von diesem an, bis in S gezählt, 10 Ende Statt, es ist mithin da $n = 10$.

4.) Weil am Ende des nten und letzten Ausgußbogens, also in $\mathfrak{S}$, die Zellenladung $g\mathfrak{L}$ ganz auf das Spielraumswasser ausgegossen und also da die Zellenladung $= 0$ seyn muß, so hat man für die mit der Vorderkante der Vorderschaufel in $\mathfrak{S}$ angekommene Zelle die Ladung

$$g\mathfrak{L} - n\mathfrak{v}^{1} = 0,$$

woraus $g\mathfrak{L} = n\mathfrak{v}^{1}$ und

$$\frac{g\mathfrak{L}}{n} = \mathfrak{v}^{1}$$

folgt (NB. nach unserer in Nr. 1. gesetzten Annahme).

Z. B. Für vierkantige Zellen ist bei uns nach §. 60, Nr. 4. beiläufig $g\mathfrak{L} = 1$ Cubikfuß und $n = 11$ (vor. Nr. 3.), also ist da

$$\mathfrak{v}^{1} = \tfrac{1}{11} \text{ Cubikfuße Wasser}$$

(was an Gewicht, wenn der Berliner Cubikfuß $= 66$ Berliner Pfunden gesetzt wird, $\frac{1}{11} . 66$ oder 6 Pfd. Wasser ausmacht).

§. 98.

Wenn man sich die ganze Ladung $g\mathfrak{L}$ einer Zelle, bevor diese zum Ausguße kommt, gerade in so viele gleiche Theile $= \mathfrak{v}$ Cubikfußen eingetheilt denkt, als vom Ende des ersten Ausgußbogens (z. B. bei unseren vierkantigen Zellen vom Ende 8 des Bogens 9...8) bis zum Ende des letzten Ausgußbogens (z. B. bis zum Ende $\mathfrak{S}$ des Bogens $u\mathfrak{S}$) Ausgußende aufeinander folgen, und deren Zahl wir in §. 97. durch n bezeichnet haben, wenn also eine ganze Zellenladung

$$g\mathfrak{L} = n . \mathfrak{v}$$

Cubikfußen Wasser gesetzt wird, wornach

$$\frac{g\mathfrak{L}}{n} = \mathfrak{v}$$

Cubikfußen Wasser ist, so kann man die verminderten

Wasserladungen (§. 97, Nr. 2.) $v\mathfrak{L}^1$, $v\mathfrak{L}^2$, $v\mathfrak{L}^3$ rc. auch so ausdrücken:

die am Ende des ersten Ausgußbogens (z. E. in 8) noch Statt habende $v\mathfrak{L}^1$ ist $= g\mathfrak{L} - \mathfrak{V} = (n-1)\mathfrak{V} = (n-1) \cdot \frac{g\mathfrak{L}}{n}$;

die am Ende des zweiten Ausgußbogens (z. E. in 7) noch Statt habende $v\mathfrak{L}^2$ ist $= g\mathfrak{L} - 2\mathfrak{V} = (n-2)\mathfrak{V} = (n-2) \cdot \frac{g\mathfrak{L}}{n}$;

die am Ende des dritten Ausgußbogens (z. E. in 6) noch Statt habende $v\mathfrak{L}^3$ ist $= g\mathfrak{L} - 3\mathfrak{V} = (n-3)\mathfrak{V} = (n-3) \cdot \frac{g\mathfrak{L}}{n}$, u. s. f.; also

die am Ende des $(n-1)$sten Ausgußbogens (z. E. bei u) noch Statt habende $v\mathfrak{L}^{(n-1)}$ ist $= g\mathfrak{L} - (n-1)\mathfrak{V}$

$$= [n-(n-1)]\mathfrak{V}$$

$$= 1 \cdot \mathfrak{V} = \frac{g\mathfrak{L}}{n}$$

Cubikfußen Wasser.

3. B. Bei unserem Radrisse und bei vierkantigen Zellen ist $n = 11$, $g\mathfrak{L}$ ist beiläufig $= 1$ Cubikfuß, und man hat also da Folgendes:

$v\mathfrak{L}^1 = (11-1) \cdot \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$ Cubikfußen Wasser; mithin weiter $v\mathfrak{L}^2 = \frac{9}{11}$; $v\mathfrak{L}^3 = \frac{8}{11}$; $v\mathfrak{L}^4 = \frac{7}{11}$; $v\mathfrak{L}^5 = \frac{6}{11}$; $v\mathfrak{L}^6 = \frac{5}{11}$; $v\mathfrak{L}^7 = \frac{4}{11}$; $v\mathfrak{L}^8 = \frac{3}{11}$; $v\mathfrak{L}^9 = \frac{2}{11}$; $v\mathfrak{L}^{10} = \frac{1}{11}$ Cubikfußen Wasser.

§. 99

1.) Zur Bestimmung der Momente m^1, m^2, m^3 rc. dieser verminderten Wasserladungen $v\mathfrak{L}$ ist nun erforderlich, daß man die Entfernungen der lothrechten Schwerpunktslinien der Ladungen $v\mathfrak{L}^1$, $v\mathfrak{L}^2$ rc. von

dem lothrechten Radhalbmesser CS, und also auch von dem Drehpunkte C des Rades ausmittele.

2.) Schon bei der Bestimmung der Momente m^1, m^2, m^3 ꝛc. (§. 77.) mußten wir uns einer nur beiläufig richtigen Methode bedienen, um die zu diesen Momenten erforderlichen Entfernungen der lothrechten Schwerpunktslinien der Ladungen gL derjenigen Zellen, die von b an abwärts bis zur ersten Ausgußzelle bei St oder St′ aufeinander folgen, zu erhalten; wir zogen dadurch die Scheitel a, 11, 10 ꝛc. aufwärts auf den horizontalen Radarm CT = R* Perpendikel a..1, 11..2, 10..3 ꝛc., und erhielten dadurch die nur beiläufig richtigen Entfernungen C1, C2, C3 ꝛc. (§. 75. u. folg.)

3.) Diese Methode aber kann nun für die jetzt zu bestimmenden Momente m^1, m^2, m^3 ꝛc. der verminderten Wasserladungen vL^1, vL^2, vL^3 ꝛc. der Ausgußzellen unmöglich beibehalten werden, wie aus Folgendem erhellet:

A.) Unter diesen Ausgußzellen ist nothwendig eine Zelle, deren Vorderschaufel bei unserer Radstellung, die wir bisher zur Bestimmung der für die Radumdrehung wirksamen Wasserkraft angenommen haben, entweder ganz oder doch fast horizontal liegt. Das ist bei uns die Zelle s..s..., denn wenn wir durch den Scheitel s eine horizontale Linie s...h ziehen, so sehen wir, daß die Vorderschaufel s...s dieser Zelle nur wenig von der Linie s..h abweicht.

B.) In dieser Zelle muß der horizontale Spiegel des in ihr befindlichen Wassers der Vorderschaufel entweder ganz oder doch fast parallel laufen und es muß also der lothrechte mittelste Dickendurchschnitt der Wasserladung dieser Zelle eine Figur seyn, die auf den Seiten von zweien divergirenden Linien, oben und unten aber von zweien Linien begränzt wird, die entwe-

der ganz oder doch fast parallel sind. In der Ebene dieses lothrechten mittleren Dickendurchschnittes des Wassers dieser Zelle muß nothwendig die lothrechte Schwerpunktslinie dieses Wassers ohngefähr durch die Mitte m der Vorderschaufel s...s dieser Zelle s..s... laufen, und es kann also diese unmöglich durch den Scheitel s dieser Zelle gehen.

4.) Daher entsteht nun die Frage: „Wie wir für „die Ausgußzellen eine solche von der in vor. Nr. 2. „erwähnten Methode abweichende Art des Bestimmens der „Entfernungen der lothrechten Schwerpunktslinien der „Zellenladungen zu wählen haben, die für die Praxis „noch als ziemlich tauglich anerkannt werden könne?“

§. 100.

1.) Durch den Scheitel der ersten bei St′ oder St mit der Vorderkante ihrer Vorderschaufel stehenden und noch mit einer ganzen Wasserladung versehenen Ausgußzelle sey die lothrechte Schwerpunktslinie der Ladung dieser Zelle aufwärts in den horizontalen Radarm CT = R* Fußen gezogen und dadurch die Entfernung E dieser Linie von dem Drehpunkte C des Rades bestimmt.

Z. B. Für unseren Radriß ist

a) bei vierkantigen Zellen die erste Ausgußzelle die 9...9..., die durch den Scheitel 9 in den Radarm CT gezogene lothrechte Schwerpunktslinie der Ladung gL dieser Zelle ist die Linie 9...4 und die Entfernung dieser Linie von C ist die C4;

b) bei dreikantigen Zellen ist bei uns die erste Ausgußzelle die 8...8..., die durch deren Scheitel 8 aufwärts in CT gezogene lothrechte Schwerpunktslinie ihrer Ladung gL ist die 8...5 und die Entfernung E dieser 8...5 von C ist die Linie C5.

2.) Diese E kann man nach dem Maaßstabe des Radrisses **messen**, man kann sie aber auch **berechnen**.

Z. E. a) Für unsere **vierkantigen** Zellen ist in unserem Risse die

$$E \text{ oder } C4 = 9..q = R^*.\,\text{Sin.}\, 9Cq$$
$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(aC\tau - aC9)$$
$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(\mathfrak{N}^*.\,w^\circ - 3.\,w^\circ)$$
$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(\mathfrak{N}^* - 3)\,w^\circ$$

(§. 77, Nr. 1, C.); das giebt für $\mathfrak{N}^* = 12$, $w = 4{,}5^\circ$ und $R^* = 8{,}5$ Fußen

$$E = 8{,}5\,.\,\text{Sin.}\,(12 - 3)\,.\,4{,}5^\circ = 8{,}5\,.\,\text{Sin.}\,40{,}5^\circ$$
$$= 8{,}5\,.\,0{,}649448 = 5{,}52030 \ldots \text{ Fußen.}$$

b) Für unsere **dreikantigen** Zellen ist in unserem Risse die E oder $C5 = 8...r = R^*.\,\text{Sin.}\,8Cr$

$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(aC\tau - aC8)$$
$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(\mathfrak{N}^*\,w^\circ - 4.\,w^\circ)$$
$$= R^*.\,\text{Sin.}\,(\mathfrak{N}^* - 4]\,w^\circ$$

(§. 77, Nr. 1, C.); das giebt für $\mathfrak{N}^* - 12$, $w = 4{,}5^\circ$ und $R^* = 8{,}5$ Fußen

$$E = 8{,}5\,.\,\text{Sin.}\,(12 - 4)\,.\,4{,}5^\circ = 8{,}5\,.\,\text{Sin.}\,36^\circ$$
$$= 8{,}5\,.\,0{,}5877853 = 4{,}9961 \text{ Fußen.}$$

3.) Diese Entfernung E ($= 9..q$ oder $= 8..r$) $= C4$ oder $C5$ theilen wir nach der Zahl $(n - 1)$ der **verminderten** Ladungen $v\mathfrak{L}^1$, $v\mathfrak{L}^2$, $v\mathfrak{L}^3$,..... $v\mathfrak{L}^{(n-1)}$ der n von St′ oder Sτ an bis zu u folgenden Ausgußzellen in n gleiche Theile, wodurch wir aus der E für die $(n - 1)$ Ladungen $v\mathfrak{L}^1$, $v\mathfrak{L}^2$ ꝛc. $(n - 1)$ Entfernungen der lothrechten Schwerpunktslinien dieser Ladungen zur Bestimmung ihrer von z. E. 4 oder 5 an folgenden $(n - 1)$ **Umdrehungsmomente** m^1, m^2, m^3,..... $m^{(n-1)}$ erhalten, die wir **beiläufig** als zureichend brauchbar für die Praxis annehmen dürfen.

Wir setzen nämlich die von C aus auf CT vorwärts gemessenen Entfernungen der lothrechten Schwerpunktslinien

der $(n-1)$ verminderten Wasserladungen vL^1, vL^2, vL^3, ... $vL^{(n-1)}$ der n Ausgußzellen wie hier folgt:

$$\text{Die Entfernung } e^1 \text{ der } vL^1 = E - \frac{1}{n} . E = \frac{n-1}{n} . E,$$

$$\text{" " " } e^2 \text{ der } vL^2 = E - \frac{2}{n} . E = \frac{n-2}{n} . E,$$

$$\text{" " " } e^3 \text{ der } vL^3 = E - \frac{3}{n} . E = \frac{n-3}{n} . E,$$

u. s. f.. also

$$\text{die Entfernung } e^{(n-1)} \text{ der } vL^{(n-1)} = E - \frac{n-1}{n} . E$$

$$= \frac{1}{n} . E \text{ Fußen.}$$

Z. B. Bei unserem Radrisse und den dabei angenommenen vierkantigen Zellen ist nach §. 97, Nr. 3. die Zahl $n = 11$, ferner ist da (nach vor. Nr. 2.) die Größe $E = 9..q = C4 = R^* (\mathfrak{N}^* - 3) w^\circ = 5{,}5203$ Fußen, also ist da

$$\text{die } e^1 \text{ der } vL^1 = \frac{11-1}{11} . 5{,}5203 = \tfrac{10}{11} . 5{,}5203 = 5{,}018,$$

$$\text{" } e^2 \text{ " } vL^2 = \frac{9}{11} . 5{,}5203 = \frac{49{,}6827}{11} = 4{,}516,$$

$$\text{" } e^3 \text{ " } vL^3 = \frac{8}{11} . 5{,}5203 = \frac{44{,}1624}{11} = 4{,}014,$$

$$\text{" } e^4 \text{ " } vL^4 = \frac{7}{11} . 5{,}5203 = \frac{38{,}6421}{11} = 3{,}513 \text{ Fß.}$$

Es nehmen hier beiläufig die Entfernungen e^1, e^2, e^3 ꝛc. um die Differenz $e^1 - e^2 = 5{,}018 - 4{,}516 = 0{,}502$ Fußen ab, und es ist also weiter

$$\text{die } e^5 \text{ der } vL^5 = e^4 - 0{,}502 = 3{,}513 - 0{,}502 = 3{,}011,$$

$$\text{" } e^6 \text{ " } vL^6 = e^5 - 0{,}502 = 3{,}011 - 0{,}502 = 2{,}509,$$

die e^7 der $vL^7 = e^6 - 0{,}502 = 2{,}509 - 0{,}502$
$= 2{,}007$,

" e^8 " $vL^8 = e^7 - 0{,}502 = 2{,}007 - 0{,}502$
$= 1{,}505$,

" e^9 " $vL^9 = e^8 - 0{,}502 = 1{,}505 - 0{,}502$
$= 1{,}003$

" e^{10} " $vL^{10} = e^9 - 0{,}502 = 1{,}003 - 0{,}502$
$= 0{,}501$ Fußen,

welche mit $\frac{1}{11} . E = \frac{1}{11} . 5{,}5203 = 0{,}5018$ oder 0,502 zureichend genug übereinstimmt.

Bemerkung. In unserem Radrisse ist 5..5... die Zelle, deren Vorderschaufel 5..5 fast in die Horizontallinie 5..h fällt, die, bei welcher die lothrechte Schwerpunktslinie ihrer Wasserladung, ohngefähr durch die Mitte m ihrer Schaufel 5...5 gehen muß (§. 99, Nr. 3, B). Diese Zelle ist bei uns, vierkantige Zellen angenommen, die von dem Ausgußbogenende 8 bis zum Ausgußbogenende 5 herunter gezählte vierte Zelle, welcher nach §. 98. die verminderte Wasserladung $vL^4 = \frac{7}{11}$ Cub. Fußen Wasser zugehört. Die Entfernung dieser Ladung von C ist bei uns die $e^4 = 3{,}513$; die Entfernung m..4 aber ist nach dem Maaßstabe etwa 3,9 Fußen; also ist hier der Unterschied ohngefähr nur $= 0{,}3$ Fußen $= 3$ Decimalzollen, woraus wohl abzunehmen ist, „daß unsere Methode des Bestimmens „der Größen e zu billigen sey."

§. 101.

Die in §. 98. berechneten verminderten Wasserladungen vL^1, vL^2, vL^3, ... $vL^{(n-1)}$ der n Ausgußzellen geben, wenn man sie mit den in Nr. 3. des vorigen Paragraphens angegebenen beiläufig richtigen Entfernun-

gen e^1, e^2, e^3, ... $e^{(n-1)}$ multiplicirt, die beiläufig richtigen Momente

$$m^1,\ m^2,\ m^3,\ \ldots\ldots\ m^{(n-1)}$$

der vorgenannten verminderten Wasserladungen der Ausgußzellen; es ist hier

$$m^1 = v\mathfrak{L}^1 \,.\, e^1 = (n-1) \,.\, \frac{g\mathfrak{L}}{n} \,.\, \frac{n-1}{n} \,.\, E = \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \,.\, g\mathfrak{L} \,.\, E,$$

$$m^2 = v\mathfrak{L}^2 \,.\, e^2 = (n-2) \,.\, \frac{g\mathfrak{L}}{n} \,.\, \frac{n.2}{n} \,.\, E = \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 \,.\, g\mathfrak{L} \,.\, E,$$

$$m^3 = v\mathfrak{L}^3 \,.\, e^3 = (n-3) \,.\, \frac{g\mathfrak{L}}{n} \,.\, \frac{n-3}{n} \,.\, E = \left(\frac{n-3}{n}\right)^3 \,.\, g\mathfrak{L} \,.\, E,$$

u. s. w., also

$$m^{(n-1)} = v\mathfrak{L}^{(n-1)} \,.\, e^{(n-1)} = 1 \,.\, \frac{g\mathfrak{L}}{n} \,.\, \frac{1}{n} \,.\, E = \left(\frac{1}{n}\right)^2 \,.\, g\mathfrak{L} \,.\, E.$$

Z. E. Für die in §. 98. gefundenen Werthe von $v\mathfrak{L}^1$, $v\mathfrak{L}^2$ ꝛc. und die in Nr. 3. des vorigen Paragraphens gefundenen Werthe von e^1, e^2 ꝛc. bei den vierkantigen Zellen unseres Radrisses erhält man folgende Umdrehungsmomente:

m^1	=	5,018 . $\frac{10}{11}$	=	4,290	Cubikfußen Wasser,
m^2	=	4,516 . $\frac{9}{11}$	=	3,695	″ ″ ″
m^3	=	4,014 . $\frac{8}{11}$	=	2,920	″ ″ ″
m^4	=	3,513 . $\frac{7}{11}$	=	2,235	″ ″ ″
m^5	=	3,011 . $\frac{6}{11}$	=	1,642	″ ″ ″
m^6	=	2,509 . $\frac{5}{11}$	=	1,140	″ ″ ″
m^7	=	2,007 . $\frac{4}{11}$	=	0,730	″ ″ ″
m^8	=	1,505 . $\frac{3}{11}$	=	0,410	″ ″ ″
m^9	=	1,003 . $\frac{2}{11}$	=	0,182	″ ″ ″
m^{10}	=	0,501 . $\frac{1}{11}$	=	0,046	″ ″ ″

Das giebt die Moment-Summe $m^1 + m^2 + .. + m^{10}$ = 17,290 Cubikfußen Wasser.

§. 102.

Wenn man aus den im vorigen Paragraphen erhaltenen Momenten m^1, m^2, ... $m^{(n-1)}$ die Moment-Summe

$$M^4 = m^1 + m^2 + m^3 + \ldots\ldots + m^{(n-1)}$$

$$= \left[\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-3}{n}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2\right] . gL . E$$

nimmt und sie durch die Länge CT oder R^* des mechanischen Radhalbmessers dividirt, so erhält man die aus ihnen für das Ende T des CT sich ergebende Reduktions-Kraft

$$K^4 = \frac{\left[\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-3}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2\right] . gL . E}{R^*}$$

Cubikfußen Wasser.

„Es wirken also die verminderten Ladungen vL^1, „vL^2 ꝛc. der Ausflußzellen gerade so, als wenn am Ende „T des horizontalen mechanischen Radhalbmessers CT eine „Kraft = K^4 lothrecht abwärts zöge.“

3. E. Die Größe $M^4 = m^1 + m^2 + \ldots + m^{10}$ ist bei unserem Rade (bei vierkantigen Zellen) = 17,290 Cubikfußen Wasser (§. 101.); diese giebt für CT oder $R^* = 8{,}5$ Fußen die Reduktionskraft

$$K^4 = \frac{17{,}290}{8{,}5} = 2{,}034 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

§. 103.

Diese K^4, bei welcher aber ebenfalls zu bemerken ist, was in §. 79. von der gK^s beigebracht wurde, giebt mit

den in §. 94. summirten Reductionskräften K^1, K^2, K^3, die ganze Kraftsumme

$$gKS \text{ oder } P = K^1 + K^2 + K^3 + K^4$$

Cubikfußen Wasser.

„Es wirket also das Triebwasser auf das Rad im „Ganzen genommen beiläufig, aber doch gewiß „genau genug für die Praxis berechnet, gerade so, als „wenn am Ende T' des horizontalen Radarmes „$CT' = R$* eine Kraftsumme

$$gKS = K^1 + K^2 + K^3 + K^4$$

„Cubikfußen Wasser lotbrecht abwärts zöge.“

Z. E. Für $K^1 + K^2 + K^3$ ist bei unserem Rade in §. 94. der Werth = 4,161 und für K^4 ist in §. 102. der Werth = 2,034 gefunden worden, also ist bei uns die

$$gKS = 4{,}161 + 2{,}034 = 6{,}195$$

Cubikfußen Wasser, wofür wir 6,2 Cubikfuße setzen.

*) Für das Gewicht eines Rhnl. Cubikfußes Wassers setze man 66 Berl. Pfunde, dann ist in solchen Pfunden die

$$gKS = 6{,}2 \cdot 66 = 409{,}2 \text{ Pfunden}$$

oder = 4 Centnern und 9,2 Pfunden

Achtes Kapitel.

Beurtheilung des Wesens der Glieder K^1, K^2, K^3, K^4 der ganzen Kraftsumme $s\mathfrak{K}\mathfrak{S}$ oder P und der Berechnungsweise dieser Größe.

1.) Ueber die K^1 (§. 77. Nr. 1, F*.)

§. 104.

1.) Nach dem dortigen ist die

$$K^1 = g\mathfrak{L} \,.\, [\text{Sin.}\, \mathfrak{N}^* \,.\, w^\circ + \text{Sin.}\, (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots.]$$

worin die Sinusreihe bis zur ersten in St' oder St befindlichen Ausgußzelle fortzusetzen ist, was man aus dem Radrisse abzuzählen hat.

2.) Die Zahl $\mathfrak{N}$ der Glieder der obigen Sinusreihe ging in unserem Radrisse bei dreikantigen Zellen vom Scheitel 8 (diesen mit gezählt) bis zum Scheitel 12 und war = 5 und bei vierkantigen Zellen ging sie nur von 9 bis 12 und war also = 5 — 1 (§. 65.)

3.) Die Zahlen $\mathfrak{N}^*$ und $\mathfrak{N}$ sind offenbar Größen, welche von der Höhe $Z\varepsilon = S\varepsilon'$ oder $\mathfrak{h}$ abhängen, um die der Wasserboden $A\mathfrak{K}$ des Obergerinnes $A\mathfrak{K}BA$ über der durch das unterste Punkt S des Kropfge=

rinnes KS gezogenen horizontalen Linie SZ... liegt (welche $\mathfrak{H}$ bei uns = 5,3 Fußen war, §. 57.[b] Nr. 2.) Die Höhe $\mathfrak{H}$ kann in dem Grade klein seyn, „daß, wenn „man den Radriß entwirft, offenbar wird, es könne kein „Sackrad mit Vortheil angelegt werden und man müße statt „dessen mit einem unterschl. Wasserrade verlieb nehmen."

§. 105.

1.) Der Werth von k' hängt außer den von der $\mathfrak{H}$ abhängigen Zahlen $\mathfrak{N}^*$ und $\mathfrak{N}$ und der Größe des von der gewählten Beschaufelungsweise des Rades abhängigen Winkels w auch noch von der Wasser-Ladung g$\mathfrak{L}$ ab. Diese ist nach §. 37.[b] eine Größe

$$g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{B}'}{c} \cdot {}^{r}M \text{ Cubikfußen Wasser,}$$

worin ${}^{r}M$ eine gegebene Größe (§. 21[a]) und $\mathfrak{B}' = \frac{6{,}28}{N} \cdot R$ Fußen auch eine durch R und N gegebene Größe ist.

2.) Damit die Sammlungszellen nicht schon zur Unzeit überlaufen, so muß die g$\mathfrak{L}$ der Geräumigkeit $\mathfrak{G}$ der Zellen gleich seyn (§. 55 ꝛc.) und man hat also die Gleichung:

$$g\mathfrak{L} \text{ oder } \frac{\mathfrak{B}'}{c}\, {}^{r}M = \mathfrak{G} \text{ Cubikfußen.}$$

In dieser häuft c von $\mathfrak{G}$ ab, denn es muß

$$c = \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^{r}M}{\mathfrak{G}} \text{ Fußen seyn,}$$

und $\mathfrak{G}$ ist ebenso, wie $\mathfrak{B}'$ eine durch den Radriß bestimmte Größe.

3.) Weil g$\mathfrak{L} = \mathfrak{G}$ seyn muß, so kann man auch statt der im vor. Paragraphen Nr. 1. für K^{I} angegebenen Gleichung folgende setzen:

$$K^{I} = \mathfrak{G} \cdot [\text{Sin.}\, \mathfrak{N}^* \cdot w^\circ + \text{Sin.}\, (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots.]$$

Cubikfußen Wasser, und diese ist die eigentliche Gleichung, woraus man K^{I} zu berechnen hat.

„Man messe also in dem Radrisse die Größe $ac = b'$ „und die Größe $b'a = b''$ Fußen, nehme dazu die „Zellenweite = 1 Fußen und berechne daraus nach „§. 56. für die angenommene Zellenform die „Zellengeräumigkeit 𝔊 und dann aus dieser und „den Zahlen $\mathfrak{N}^*$ und $\mathfrak{N}$ und der Winkelgröße $= w^\circ$ „den Werth der Kraft K^1."

Hat man für diese 𝔊 die K^1 berechnet, und man wendet dann die so berechnete K^1 bei der Berechnung der ganzen Wasserkraftsumme $\mathfrak{K}\mathfrak{S}$ oder P, die für die Radumdrehung wirksam seyn muß, und bei der Bestimmung der dieser P gleichen Radbelastung Q an, so kann man versichert seyn,

„daß die Radgeschwindigkeit $c = \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^rM}{\mathfrak{G}}$ Statt habe, „und daß also die oberen Zellen nicht überlaufen „können, weil $g\mathfrak{L} = \mathfrak{G}$ ist."

Z. E. Nach §. 77, Nr. 1. F* war bei uns $K^1 = 3$ Cubikfußen Wasser.

2.) Ueber die K^2 (§. 77. Nr. 2. D*)

§. 106.

1). Es war dort die

$$K^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{c} \cdot {}^rM \cdot \text{Sin.}\ (\mathfrak{N}^* + 1.)\ w^\circ$$

Cubikfußen Wasser gefunden worden.

2.) Darin ist ebenso, wie in §. 104, die Zahl $\mathfrak{N}^*$ aus dem Radrisse herauszuzählen und eine von der in §. 104, Nr. 3. erwähnten Höhe $Z\varepsilon$ oder $\mathfrak{H}$ abhängige Zahl und es wird K^2 ebenso, wie K^1 (§. 104, Nr. 3.) desto größer, je größer $\mathfrak{N}^*$ ist.

3.) Ferner ist K^2 abhängig von dem Zellenabstandswinkel w und es scheint die K^2 (wie auch die

K¹) zu wachsen, wenn dieser Winkel wächst; man hat aber hier wohl zu beachten, „daß mit dem Wachsthume des Winkels w eine Abnahme der Zahl $\mathfrak{N}^*$ verbunden sey.“

4.) Weiter ist die K² abhängig von der ʳM die wir hier als eine gegebene Größe annehmen, die K² wächst mit der Zunahme der ʳM.

5.) Ferner hängt die K² von der Länge $\mathfrak{B}$ des Wasserbogens βb ab und dieser Bogen ist nach §. 28. eine von $\mathfrak{H}$ h′ und R abhängige Größe; es war bei uns

$$\mathfrak{B} = \frac{6{,}3^\circ}{360^\circ} \cdot 6{,}28 \text{ R Fußen;}$$

„die K² wächst mit der Zunahme der $\mathfrak{B}$, diese Zunahme „der $\mathfrak{B}$ aber hat man nach §. 28. aus den Größen $\mathfrak{H}$, h′, „und R zu beurtheilen.“

6.) Endlich ist die K² abhängig von der Radgeschwindigkeit c, und wächst mit der Abnahme der c; die c aber ist nach §. 105. eine Größe

$$c = \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^rM}{\mathfrak{G}}$$

also eine von dem Zellenbogen bb = bb 2c. = $\mathfrak{B}'$ Fußen, der Größe ʳM und der Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G}$ abhängigen Größe, deren Abnahme mit der Zunahme der $\mathfrak{G}$ verbunden ist.

7.) Setzt man in der Gleichung

$$k^2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot \mathfrak{B} \cdot {}^rM}{c} \cdot \text{Sin.} (\mathfrak{N}^* + 1)\, w^\circ$$

statt c den durch $\mathfrak{G}$ gegebenen Werth $= \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^rM}{\mathfrak{G}}$ Fußen, so erhält man Folgendes:

$$K^2 = \frac{\frac{1}{2} \cdot \mathfrak{B} \cdot {}^rM}{\frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^rM}{\mathfrak{G}}} \cdot \text{Sin.} (\mathfrak{N}^* + 1)\, w^\circ$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}'} \cdot \mathfrak{G} \cdot \text{Sin.} (\mathfrak{N}^* + 1)\, w^\circ.$$

„Hiernach fällt die Wasserzuflußmenge rM, aus „der Rechnung heraus, es ist die Größe K^2 blos von $\mathfrak{N}^*$ „(also von $Z\varepsilon = \mathfrak{H}$, vor. Nr. 2.) von w, von $\mathfrak{B} = \beta b$ „(also von $z\varepsilon = \mathfrak{H}$ und von h′ und R, vor. Nr. 4.), „von $\mathfrak{B}' = bb = bb'$ ꝛc.) und von der Zellengeräu„migkeit $\mathfrak{G}$ (s. §. 56.) abhängig.“

„„Bei denselben Größen $\mathfrak{N}^*$, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{B}'$ wächst „„die K^2 mit der Zunahme der $\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{B}' \cdot rM}{c}$, „„wozu eine Abnahme der c gehört.““

8.) Diese Gleichung

$$K^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}'} \cdot \mathfrak{G} \cdot \text{Sin.}\,(\mathfrak{N}^* + 1)\,w^\circ$$

ist die eigentliche Gleichung, woraus man die K^2 zu berechnen hat (vergl. §. 105, Nr. 3.)

„Man suche also nach der Vorschrift in §. 105, Nr. 3. „die Größe $\mathfrak{G}$ und ferner die Größe $\mathfrak{B}$ (§. 28.) und „die Größen $\mathfrak{B}'$ und $\mathfrak{N}^*$ aus dem Radrisse und be„rechne nach diesen die K^2 aus der letzteren Glei„chung.“

Hat man für diese $\mathfrak{G}$ die K^2 berechnet, und man wendet diese mit allen den übrigen für die angenommene $\mathfrak{G}$ berechneten Gliedern, welche zur Bestimmung der ganzen die Radumdrehung bewirkenden Kraftsumme $= \mathfrak{K}\,\mathfrak{S}$ oder P Cubikfußen Wasser gehören, an und bestimmt nach dieser P die ihr gleiche Radbelastung Q, so kann man versichert seyn, „daß bei dieser P und Q die der $\mathfrak{G}$ und „dem Verhüten des Ueberlaufens der obern Zellen ange„messene Radgeschwindigkeit $c = \frac{\mathfrak{B}' \cdot rM}{\mathfrak{G}}$ Fußen „Statt habe, weil für diese $\mathfrak{G}$ die Gleichung $\frac{\mathfrak{B}' \cdot rM}{c} =$ „$\mathfrak{G}$ gL Statt hat.“

Z. B. Nach §. 77, Nr. 2, D* war $K^2 = 0{,}595$ Cubikfußen Wasser.

3.) Ueber die K^4 (§. 102.)

§. 107.

1.) Diese nach dem Dortigen durch die Gleichung

$$K^4 = \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 E}{R} \cdot g\mathfrak{L}$$

bestimmte Größe ist von der Größe E abhängig, welche nach §. 100. Nr. 2. von der Zahl $\mathfrak{N}^*$ (also auch von der $\mathfrak{H}$ §. 104, Nr. 3.) und von R^* und w abhängt und nach §. 100. zu berechnen ist.

2.) Ferner hängt die K^4 auch ab von der Zahl n der Ende der Ausgußbögen, die von St′ oder St bis zu S herunter (S mit gezählt) auf einander folgen, (§. 97.) welche Zahl aus dem Radrisse heraus zu zählen ist und eben so, wie die Zahl $\mathfrak{N}^*$ von der Höhe Z ε oder $\mathfrak{H}$ abhängt.

3.) Endlich ist auch die K^4, wie die K^1 und die K^2 von der Wasserladung $g\mathfrak{L}$ abhängig und man hat auch bei der K^4, wie bei der K^1 und K^2 geschehen ist, $\mathfrak{G}$ statt $g\mathfrak{L}$ zu setzen wenn die Zellen nicht überlaufen sollen. Thut man das, so hat man

$$K^4 = \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 . E}{R^*} \cdot \mathfrak{G}.$$

»Man suche also E, und n, berechne ferner nach der »Vorschrift §. 105. Nr. 3 die $\mathfrak{G}$ und sodann die K^4.«

Hat man für diese $\mathfrak{G}$ die K^4 berechnet und man nimmt die so berechnete K^4 zu den übrigen für eben diese $\mathfrak{G}$ berechneten Gliedern der Kraftsumme $\mathfrak{K}$ S oder P und bestimmt für die aus solchen Gliedern berechnete Kraft P die dieser Kraft gleiche Radbelastung Q, so kann man versichert seyn,

„daß bei dieser P und Q die der $\mathfrak{G}$ angemessene Rad-„geschwindigkeit c, bei welcher die oberen Zellen nicht „überlaufen können, Statt habe, weil für diese $\mathfrak{G}$ „die Gleichung $\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{B}' \cdot {}^{r}M}{c} = g\mathfrak{L}$ Statt hat."

Z. B. Nach §. 102. war $K^4 = 2{,}044$ Cubikfußen Wasser.

4.) Ueber die Summe $K^1 + K^2 + K^4$ (§. 105, 106, 107.)

§. 108.

Weil die drei Kräfte K^1, K^2, K^4 die Größe $\mathfrak{G}$ als gemeinschaftlichen Faktor enthalten, so kann man statt

$$K^1 + K^2 + K^4$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{G} \cdot [\text{Sin. } \mathfrak{N}^* \cdot w^\circ + \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots\ldots] \\ + \mathfrak{G} \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}^1} \cdot \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* + 1)\, w^\circ \\ + \mathfrak{G} \cdot \frac{[\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot E}{R^*} \end{array} \right\}$$

den Ausdruck

$$\mathfrak{G} \cdot [(\text{Sin. } \mathfrak{N}^* w^\circ + \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots.)$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}'} \cdot \text{Sin. } (\mathfrak{N}^* + 1)\, w^\circ$$

$$+ \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \frac{(n-2)^2}{n} + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot E}{R^*}]$$

Cubikfußen Wasser setzen.

Z. B. Bei uns war für $\mathfrak{G} = 1$ Cubikfuß.

$K^1 = 3$ Cubikfußen (§. 105.)
$K^2 = 0{,}595$ " " (§. 106.)
$K^4 = 2{,}044$ " " (§. 107.) das giebt

$K^1 + K^2 + K^4 = 5{,}639$ Cubikfuße Wasser.

5.) Ueber die K³ (§. 93.)

§. 109.

1.) Dort war die

$$K^3 = \frac{R - (\mathfrak{h} + \frac{1}{2}h')}{R^*} \cdot K^*$$

gefunden worden, und es war die

$$K^* = l \cdot h' \cdot \frac{C^2}{4g} \text{ (§. 90).}$$

2.) Es hängt also die K^3 nicht, wie es bei den vorhin betrachteten Kräften K^1, K^2, K^4 der Fall war, von der Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G}$, also auch nicht von der $g\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{B}' \cdot rM}{c}$, und somit auch nicht von der Radgeschwindigkeit c ab, sondern es ist die K^3 abhängig von den Größen

$$l,\ h',\ C,\ g,\ \mathfrak{h},\ R,\ R^*.$$

Z. B. Wenn man, wie wir bisher angenommen haben, wegen der Größe $\mathfrak{G}$ = 15,625 Rhnl. Fußen setzt, so ist nach §. 93, der Werth von K^3 = 0,566 Cubikfußen.

6.) Ueber die ganze Kraftsumme $\mathfrak{K}\mathfrak{S}$ oder P.

§. 110.

Wenn man die Formel für K^3 dem in §. 108. für $K^1 + K^2 + K^4$ angegebenen Ausdrucke beifügt, so erhält man den ganz allgemeinen Ausdruck für die ganze Wasserkraftsumme $\mathfrak{K}\mathfrak{S}$ oder

$$P = \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{G} \left[\left(\text{Sin.}\, \mathfrak{N}^* .\, w^\circ + \text{Sin.}\, (\mathfrak{N}^* - 1)\, w^\circ + \ldots \right) \right. \\ + \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}'}\ \text{Sin.}\ (\mathfrak{N}^* + 1)\, w \\ \left. + \frac{\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 + \left(\frac{n-2}{n}\right)^2 + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 .\, E}{R} \right] \\ + \frac{R - (\mathfrak{H} + \frac{1}{2} h')}{R^*} \left(1 .\, h' .\, \frac{C^2}{4g} \right) \text{Cubikf. Wasser.} \end{array} \right\}$$

Z. B. Für $K^1 + K^2 + K^4 = 5{,}639$ (§. 108.) und $K^3 = 0{,}566$ Cubikfußen (§. 109.) ist $P = 5{,}639 + 0{,}566 = 6{,}205$ C. F. W. (Vergl. §. 103, worin alles in Rheinl. Maaße gerechnet ist, wegen der Fallhöhe $g = 15{,}625$ Rheinl. Fußen.

§. 111.

In den Formeln für K^1, K^2, K^4 kommt die Größe g nicht vor, und es ist bei diesen ganz gleichgiltig, ob man sich die Rechnungen in Rheinländischen oder Würtemberger, oder ꝛc. Fußen vorgenommen denkt; aber in der Formel für die Kraft K^3 kommt die Größe $g = 15{,}625$ Rheinl. Fußen vor, weßwegen man, wenn man diese Größe beibehalten will, auch alle übrigen Rechnungen auf Rheinländische Fuße beziehen muß. Will man die Berechnung der Kraft P für andere, als Rheinl. Fuße, z. E. für Würtemberger giltig haben, so hat man die Rechnungsresultate für K^1, K^2, K^4 beizubehalten und nur die K^3 für andere Fuße, z. B. Würtemberger, zu berechnen, wozu erforderlich ist, daß man die $g = 15{,}625$ Rheinl. Fußen auf andere verlangte Fuße zurückführen und dann aus den für g erhaltenen Reduktions-Werthe g' die K^3 berechne und deren Werth den bereits erhaltenen Werthen von K^1, K^2, K^4 beifüge.

Z. B. Man will P für Würtemberger Fuße berechnet haben. Man reduciere also g auf eine Zahl g'

von Würt. Fußen. Nach Nelkenbrechers Tafeln für Münzen, Maaße und Gewichte hat man den Satz:

„72 Rheinl. Fuße geben 79 Würt. Fuße;"

Dieser giebt die Proportion

$$72 : 15,625 = 79 : g'$$

woraus $g' = \frac{15,625 \cdot 79}{72} = \frac{1234,37}{72}$

$= 17,144$ Würt. Fußen folgt

Dafür ist $\frac{C^2}{4g}$, wenn $C = 6$ Würt. Fußen ist,

$= \frac{36}{4 \cdot 17,144} = \frac{9}{17,144}$ Fußen und man hat also (nach §. 90. und 88.)

$$K^* = 1 \cdot h' \cdot \frac{C^2}{4g} = 2,8 \cdot 0,922 \cdot \frac{9}{17,144}$$

$$= 2,5816 \cdot \frac{9}{17,144} = \frac{23,2344}{17,1440}$$

$= 1,355$ Cubikfußen (Würt. Maaß).

Für $R = 9$, $\mathfrak{H} = 5,3$ und $h' = 0,922$ ist (nach §. 92, Nr. 3.) die Größe

$$R - (\mathfrak{H} + \tfrac{1}{2}h') = 9 - (5,3 + 0,461)$$

$$= 9 - 5,761\ 3,239$$

und für $R^* = 8,5$ ist die Größe

$$\frac{R - (\mathfrak{H} + \frac{1}{2}h')}{R^*} - \frac{3,239}{8,500} = 0,381 \text{ Fußen.}$$

Mithin ist

$$K^3 = \frac{R - (\mathfrak{H} + \frac{1}{2}h'}{R^*} \cdot K^* \text{ (§. 109.)}$$

$= 0,381 \cdot 1,355 = 0,516$ Cubikfußen Wasser im Würtemb. Maaß (statt daß im Rheinl. Maaße nach §. 109, Nr. 2. der Werth von $K^3 = 0,566$ Cubikfußen war, woraus man sieht, daß der Unterschied nur $= 0,566$

— 0,516 = 0,050 Cubikfußen, also nur eine geringe Größe ist).

Fügen wir diesen Werth von K^3 = 0,516 Würtemb. Cubikfußen der Summe $K^1 + K^2 + K^4$ = 5,639 (§. 108) Würtemb. Cubikfußen bei, so erhalten wir in solchen Fußen die Kraftsumme K S oder

$$P = 5{,}639 + 0{,}516 = 6{,}155,$$

statt $P = 6{,}205$ Rheinl. Fußen (§. 110).

*) Der Würt. Cubikfuß Wasser wiegt 50,8 Würt. Pfunde, und man hat also in Pfunden $P = 6{,}155 \,.\, 50{,}8 = 312{,}674$ oder = 3 Centn. und 126 Pfunden Würt.; in §. 103 hatten wir in Rhnl. Maaßen und Berl. oder Rheinl. Pfunden gefunden 4 Centn. und 9,2; es beträgt also der Unterschied fast 1 Centner.

Neuntes Kapitel.

Vergleichung zwischen den Effekten der Sack- und unterschlächtigen Wasserräder.

§. 112.

Für eben die Größen $Z\varepsilon$ oder $Zb = \mathfrak{H}$, εe oder $vm = h$, $v\beta = h'$, $C\mathfrak{S} = CA = R$, $C\tau = CT = R^*$, die Schaufellänge $= l$, die mittlere Wassergeschwindigkeit am Ende des Obergerinnes $= C$ Fußen und die Wasserrestmenge $= {}^rM$ Cubikfußen, für welche Größen wir in den vorigen Kapiteln die Umdrehungskraft P, welche das Triebwasser bei einem Sack- oder mittelschlächtigen Rade ausübt, berechnet haben, und die wir nun durch P^m bezeichnen, sey die Kraft P^u für ein unterschlächtiges Rad zu berechnen, damit man eine Vergleichung zwischen P^m und P^u anstellen könne. — Wir rechnen hier in Würtemb. Maaßen.

§. 113.

1.) Wenn die bei vm Statt habende mittlere Geschwindigkeit C des Triebwassers $= C$ Fußen ist, so ist, g' statt g gesetzt, nach §. 57^b. die dazu gehörende Fallhöhe

$$\mathfrak{H}' = \frac{C}{4g'} \text{ Fußen.}$$

Z. B. Für $C = 6$ Fußen und $g' = 17{,}144$ (§. 111.) hat man

$$\mathfrak{H}' = \frac{6^2}{4 \,.\, 17{,}144} = \frac{9}{17{,}144}$$

$= 0{,}575$ Fußen.

2.) Es sey die Höhe εe oder $h = 1$ Fuß, also εo oder $\frac{1}{2} h = 0{,}5$ Fußen, ferner $Z\varepsilon = 5{,}3$ Fußen, $Go = \tau\omega = Z\varepsilon = \mathfrak{S}\varepsilon' = \mathfrak{H} = 5{,}3$ Fußen. Diese $Go = \mathfrak{H}$ zu der Fallhöhe $\mathfrak{H}'$ addirt, giebt die ganze Fallhöhe

$$H = \mathfrak{H}' + \mathfrak{H} = \frac{C^2}{4g'} + \mathfrak{H}$$

Fußen, um welche das Wasser in seinem Laufe von μ' herunter bis zu dem Mittelpunkte τ der untersten lothrechten Schaufel eines im Kropfgerinne angelegten unterschlächtigen Wasserrades gefallen seyn muß.

Z. E. Für $\mathfrak{H}' = 0{,}575$ und $\mathfrak{H} = 5{,}300$ Fußen hat man $\mathfrak{H}' + \mathfrak{H}$ oder $H = 0{,}575 + 5{,}300$
$= 5{,}875$ Fußen.

3.) Für diese H ist die mittlere Geschwindigkeit, die das Wasser in τ haben müßte, wenn es bei $\mathfrak{S}$ S frei ausfließen könnte, beiläufig, aber doch genau genug genommen, eine Größe

$$C^* = 2 \sqrt{g' \,.\, H}.$$

Z. E. Für $g' = 17{,}144$ Würt. Fußen und $H = 5{,}875$ solcher Fußen ist

$$C^* = 2 \sqrt{17{,}144 \cdot 5{,}875} = 2 \,.\, \sqrt{100{,}7210}$$
$= 2 \,.\, 10, \ldots$ Fußen, wofür wir nur 20 Fuße setzen.

4.) Für den größten Effekt des Triebwassers hat man beiläufig die lothrechte Radschaufel in $\mathfrak{S}$ S mit einer solchen Geschwindigkeit c^* ausweichen zu lassen, daß das Ende τ des mechanischen Halbmessers $C\tau$ oder R^* in einer Sekunde einen Kreisbogen durchlaufen muß, welcher $\frac{1}{2} \,.\, C^*$ Fußen des Theilkreises $6{,}28\ R^*$ enthält.

z. E. Für $C^* = 2\sqrt{g' \cdot H} = 2 \cdot 10$ Würt. Fußen hat man $c^* = \sqrt{g' \cdot H} = 10$ Fußen zu setzen.

5.) Nach der bis jetzt bestehenden Lehre von der Berechnung der bei unterschlächtigen Wasserrädern Statt habenden größten Triebkraft P^u der Triebwassermenge ^rM ist beiläufig die

$$P^u = \frac{C^* - c^*}{2g'} \cdot {}^rM = \frac{\frac{1}{2}C^*}{2g} \cdot {}^rM$$

Cubikfußen Wasser.

z. B. Für $C^* = 2 \cdot 10$, $g' = 17{,}144$ Würt. Fußen und $^rM = 15{,}5$ Cubikfußen (§. 21, a.) hat man

$$P^u = \frac{10}{2 \cdot 17{,}144} \cdot 15{,}5 = \frac{155}{34{,}288}$$

$$= 4{,}520 \text{ Cubikfußen Wasser.}$$

6.) Bei dieser Berechnung muß aber, damit sie gültig sey, durch eine gehörig große Schaufelbreite SS..,. dafür gesorgt seyn, daß alles Wasser durch die Schaufeln aufgefangen werde, daß also kein Wasser wirkungslos über die unterste Schaufel hinwegströmen könne. — Wenn die Höhe vβ der Triebwassermenge ^rM eine Größe $= h'$ (z. E. $= 0{,}922$, §. 21, b.) Fußen ist, so müßte eigentlich wegen der halben Geschwindigkeit $c^* = \frac{1}{2} C^*$ (z. B. bei der $c^* = 10$ Fußen) die Schaufelbreite SS... doppelt so groß, als die h', also eigentlich $= 2 \cdot h'$ (z. E. $= 2 \cdot 0{,}922 = 18{,}44$) Fußen groß seyn, damit das an der SS... aufgestaute Wasser nicht zum Theile ohne Stoß über diese Schaufel hinüberströmen könne. Weil aber auch schon vor der untersten lothrechten Schaufel SS... Schaufeln aufwärts auf einander folgen, welche Theile der Wasserstauung über sich nehmen, so kann man die SS... etwas kleiner, als $2 \cdot h'$, etwa $= 1{,}5 \cdot h'$ (z. E. $= 1{,}5 \cdot 0{,}922 = 1{,}383\ldots$ oder $= 1{,}4$) Fußen nehmen.

§. 114.

1.) Im §. 110. und 111 haben wir für unser Sackrad die Kraft P oder

$$P^m = 6{,}155 \text{ Würtemb. Cubikfußen}$$

gefunden; es wirkt da das Wasser für die Radumdrehung (bei NB. der vortheilhaftesten Geschwindigkeit und Stellung des Rades gegen das Wasser, §. 79.) gerade so:

„als wenn am Ende T des horizontalen mecha-
„nischen Radarmes CT oder $R^* = 8{,}5$ Fußen eine
„Kraft $P^m = 6{,}155$ Cubikfußen Wasser lothrecht
„abwärts zöge,“

was eben so gut ist,

„als wenn am Ende τ des lothrechten mechani-
„schen Radarmes $C\tau = R^* = 8{,}5$ Fußen eine Kraft
„$P^m = 6{,}155$ Cubikfußen horizontal vorwärts
„schöbe oder zöge.“

2.) Im §. 113. haben wir für ein unterschlächtiges Wasserrad, bei welchen die Radgeschwindigkeit c ausgenommen, dieselben Größen Statt haben, die wir bei der Berechnung der P^m für unser Sackrad angewendet haben (§. 112.) die Kraft

$$P^u = 4{,}520 \text{ Cubikfußen Wasser}$$

gefunden. Es ist also da (bei der vortheilhaftesten Stellung des Rades gegen das Wasser, nämlich der, in welcher eine Radschaufel unten lothrecht steht) gerade so:

„als wenn am Ende τ des lothrechten mechani-
„schen Radarmes $C\tau = R^* = 8{,}5$ Fußen eine Kraft
„$P^u = 4{,}520$ Cubikfußen horizontal vorwärts
„schöbe oder zöge.“

3.) Vergleichen wir nun

die $P^m = 6{,}155$ Cubikfußen

mit der $P^u = 4{,}520$ " " so erhalten wir den Unterschied

$P^m - P^u = 1{,}635$ Cubikfußen Wasser.

4.) Es ist also die Umdrehungskraft P^m, welche unser Sackrad bei der Wassermenge ^rM und der vortheilhaftesten Anwendung der Zellengeräumigkeit $\mathfrak{G} = 1$ Cubikfuß, (zu welcher die Radgeschwindigkeit $c = 10{,}95$ Fußen gehört) gewährt, um 1,635 Würt. Cubikfuße Wasser oder um $1{,}635 \cdot 50{,}8 = 82{,}55$ Würt. Pfunde größer, als die Umdrehungskraft P^u eines unter denselben Umständen und für die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit $c^* = 10$ Fußen angebrachten unterschlächtigen Wasserrades.

§. 115.

1.) Für die $P^m = 6{,}155$ Cubikfußen Wasser und den Radarm $C\tau = C\tau = R^* = 8{,}9$ Fußen ist das Umdrehungsmoment des Wassers eine Größe

$$\mathfrak{M}^m = R^* \cdot P^m = 8{,}5 \cdot 6{,}155$$
$$= 52{,}3175 \text{ Cubikfußen Wasser}$$
$$= 52{,}3175 \cdot 50{,}8 = 2657{,}71 \text{ Pfunden}$$
$$= 26 \text{ Cent.} + 57{,}71 \text{ Pfunden (Würt.)}$$

2.) Für $P^u = 4{,}52$ Cubikfußen Wasser und $C\tau = R^* = 8{,}5$ Fußen ist das Umdrehungsmoment eine Größe

$$\mathfrak{M}^u = R^* \cdot P^u = 8{,}5 \cdot 4{,}52$$
$$= 38{,}42 \text{ Cubikfußen Wasser}$$
$$= 38{,}42 \cdot 50{,}8 = 1951{,}73 \text{ Pfunden}$$
$$= 19 \text{ Cent.} + 51{,}73 \text{ Pfunden (Würt.)}$$

3.) Nach Nr. 2 und 3 ist der Momentunterschied

$\mathfrak{M}^m - \mathfrak{M}^u = R^* . (P^m - P^u) = 8{,}5\ (6{,}155 - 4{,}52)$
$= 8{,}5\ .\ 1{,}635 = 13{,}8975$ Cubikfußen Wasser
$= 13{,}8975\ .\ 50{,}8 = 705{,}98$ Pfunden
$= 7$ Cent. $+ 5{,}98$ Pfd. oder 7 Cent. $+ 6$ Pfd.

„Um soviel ist also das Kraftmoment in der Stelle T „oder τ bei unserem Sackrade größer, als bei dem an dessen Stelle gesetzten unterschlächtigen Wasserrade.

§. 116.

Vergleichung der Wirksamkeiten oder Effecte e und E der beiden Räder.

1.) Man setze,

„es seyen die Geschwindigkeiten c und c* der beiden „Räder gleich groß und die Effecte derselben seyen, in Pfunden ausgedrückt, die Größen e „und e'."

Im Falle der Gleichheit der Größen c und c* muß sich verhalten:

$$e : e' = P^u : P^m$$

woraus $\frac{e\ .\ P^m}{P^u} = e'$ Pfunden folgt.

„Der Effect e' des Sackrades ist so vielmal „größer, als der e des unterschlächtigen Ra„des, wie vielmal P^m bei dem ersteren Rade „größer, als die Kraft P^u bei dem zweiten Rade „ist."

2.) Dieser für $c = c^*$ Statt habende Effect

$$e' = \frac{P^m}{P^u} . e$$

des Sackrades muß aber offenbar in einen andern Effect E übergehen, wenn die c des Sackrades sich gegen die c^* des andern Rades ändert, wenn also die c größer oder kleiner als die c^* wird; es muß sich dann verhalten:

$$e' : E = c^* : c$$

d. h. $$\frac{Pm}{Pu} . e : E = c^* : c,$$ woraus

also $$E = \frac{Pm \, . \, c}{Pu \; c^*} . e$$ und

$$E . Pu . c^* = e . Pm . c$$

mithin $$e : E = Pu . c^* : Pm . c$$ folgt.

„Es verhält sich also der Total-Effect e unseres „unterschlächtigen Rades zu dem Total-Effecte E „unseres Sackrades, wie sich das Multiplikations-„Produkt $Pu . c^*$ aus der Kraft Pu und der Ge-„schwindigkeit c^* des unterschlächtigen Ra-„des zu dem Produkte $Pm . c$ verhält, welches „die Kraft Pm des Sackrades mit der Ge-„schwindigkeit c desselben giebt.

3.) Z. B. a) Für das unterschlächtige Rad war

$$Pu = 4{,}52 \text{ Cubikfußen Wasser}$$

(§. 113, Nr. 5) = 4,52 . 50,8 Pfunden (Würt.) und die c^* war = 10 Fußen (das. Nr. 4;) also ist da der Effect

$$e = Pu . c^* = 4{,}52 . 50{,}8 . 10 \text{ Pfunden}$$

b) Für das Sackrad war

$$Pm = 6{,}155 \text{ Cubikfußen Wasser}$$

(§. 114, Nr. 1) = 6,155 . 50,8 Pfunden (Würt.) und die c war = 10,95 Fußen (§. 56, Nr 3 §. 68) also ist da der Effect

$$E = Pm . c = 6{,}155 . 50{,}8 . 10{,}95 \text{ Pfunden.}$$

c) Demnach verhält sich hier

Bayerische Staatsbibliothek München

$$e : E = (4{,}52 \,.\, 50{,}8 \,.\, 10) : (6{,}155 \,.\, 50{,}8 \,.\, 10{,}95)$$
$$= (4{,}52 \,.\, 10) : 6{,}155 \,.\, 10{,}95$$
$$= 45{,}2 : 67{,}39725$$
$$= 1 : \frac{67{,}39725}{45{,}20000}$$
$$= 1 : 1{,}491 \text{ also fast}$$
$$= 1 : 1{,}5$$

„Es ist demnach die Totaleffect E unseres Sack„rades $1\frac{1}{2}$, wenn der e des unterschlächtigen „Rades = 1 gesetzt wird; es ist also $E = e + \frac{1}{2} e$, „mithin um die Hälfte des e größer.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Rösling, Christian Lebrecht,

Neue Lehre von den Sackrädern, welche mittelschlächtige sind durchaus durch Rechnungs-Beispiele erläutert und mit einem Baurisse versehen

Augsburg 1842

BHS III 12
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10708258-2